整除

整除

まずは，偶数や奇数の概念を規定している下記の場面に目を留めてみましょう。

2でわり切れる数

0 → 0÷2=0
2 → 2÷2=1
4 → 4÷2=2
⋮　⋮

2でわり切れない数
（2でわると1余る数）

1 → 1÷2=0 余り 1
3 → 3÷2=1 余り 1
5 → 5÷2=2 余り 1
⋮　⋮

2でわり切れる整数を **偶数**，
2でわり切れない整数を **奇数**
といいます。
整数は，偶数と奇数に分けることができます。

整数	
偶数	奇数
0 2 4 6 …	1 3 5 7 …

この概念規定の「2でわり切れる整数」や「2でわり切れない整数」は，暗黙のうちに商が整数であることを指しています。実際，「わり切れる」や「わり切れない」という表現は，下記のように3年の「あまりのあるわり算」で初めて導入されます。そこでは，商が整数で余りがあるかどうかで「わり切れる」「わり切れない」が判断されます。

12÷3 のように，あまりがないとき **わり切れる** といい，
13÷3，14÷3 のように，あまりがあるとき **わり切れない**
といいます。

しかし，除法の学習が進むにつれて，この表現の意味が変わってきます。例えば，下記の問題は，小数の除法の場面です。

3 1の練習　次のわり算を，わり切れるまでしましょう。
① 2.6÷4　② 50÷4　③ 16.2÷12

ここでは，同じ「わり切れる」でも，商が小数の場合を含めて考えています。

このように，「わり切れる」の用語は，$a \div b$ の商が有限小数になる場合にも使われます。そこで，商が整数の場合と有限小数の場合の違いを表す用語して，整除ということばを使うことがあります。先の偶数，奇数の意味をいい換えると，「2で整除できる数」が偶数であり，「2で整除できない数」が奇数です。ここでの考察の対象は整数であり，「わり切れる」が整除の意味であることをおさえて指導にあたることが大切です。

素数・素因数

素数・素因数分解

1より大きい整数のうち，1とその数自身以外に約数をもたない数を素数といいます。見方を変えれば，素数とは「約数の数がちょうど２つの数」ということになります。1は素数には入れません。

また，素数でない整数(1とその数自身以外に約数をもつ数)を合成数といいます。

ギリシア時代以来，変わることのない素数判定法にエラトステネスのふるいがあります。これは次のような手続きで，2以上の整数 n までの素数を見つける方法です。

❶ １を消す。
❷ ２に○をつけ，２より大きい２の倍数を消す。
❸ 残った数のうち，最小の３に○をつけ，３より大きい３の倍数を消す。
❹ 残りの数がなくなるまで，この作業を続ける。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

一方，約数のことを因数ともいい，因数が素数になっているものを素因数といいます。

合成数は，素因数に分解することができ，それを素因数分解といいます。例えば，

$84=2\times2\times3\times7$

$180=2\times2\times3\times3\times5$

素因数分解は，右のようにその数を素数で次々にわっていけばできますが，各因数の順序を考慮に入れなければすべて一意に表すことができます。

2) 84
2) 42
3) 21
　　 7

素因数分解することによって，その数の約数や最小公倍数，最大公約数を求めることができます。

例えば，84の約数は，1，2，3，7，2×2，2×3，2×7，3×7，2×2×3，2×2×7，2×3×7，2×2×3×7であり，84と180の最大公約数は2×2×3，最小公倍数は2×2×3×3×5×7です。

しかし，小学校では，約数や倍数を分数の計算に用いることが主眼に置かれているので，素因数分解に基づく形式的な処理による約数や最大公約数，最小公倍数の見つけ方は学習しないことになっています。