9 絶対値を含む方程式・不等式

A

92 【絶対値を含む方程式・不等式】次の方程式，不等式を解け。

□(1)* $|x|=4$　□(2)* $|x|<6$　□(3) $|x|\geqq 3$

▶教 p. 38 例 33

93 【絶対値を含む方程式】次の方程式を解け。

□(1)* $|x-5|=3$　□(2) $|7-x|=3$

□(3)* $|2x|=8$　□(4) $|4x+2|=6$

▶教 p. 38 例 34

94 【絶対値を含む不等式】次の不等式を解け。

□(1) $|x-3|<2$　□(2) $|x+5|>1$

□(3) $|-3x|\geqq 2$　□(4)* $|2x+1|\leqq 3$

□(5) $\left|\dfrac{1}{3}x-1\right|>5$　□(6) $|3-2x|<2$

▶教 p. 39 例 35

深 14, 16 ▶

95 【場合分けによる絶対値記号のはずし方】次の絶対値記号をはずせ。

□(1)* $|x-5|$　□(2) $|2-x|$

□(3)* $|2x-6|$　□(4) $|3x+2|$

B

96 次の方程式を解け。

□(1)* $|x+1|=3x$　□(2) $|x-5|=2x-1$

□(3) $|2x-3|=x-1$

▶教 p. 172 探究 2

深 15 ▶

□ **97** $\sqrt{a^2}=|a|$ であることを利用して，不等式 $\sqrt{x^2-10x+25}<2$ を解け。

□ **98** 不等式 $1<|5x+1|\leqq 6$ を解け。

99 次の不等式を解け。

□(1) $|x+1|>3x$　□(2)* $|x-1|<2x$

□(3)* $|3x-1|\geqq x+2$

▶教 p. 172 探究 2

assist **95** 絶対値記号の中の式を 0 以上と 0 未満で場合分けする。
たとえば(1)では，$x-5\geqq 0$，すなわち，$x\geqq 5$ の場合と，$x-5<0$，すなわち，$x<5$ の場合の 2 つに分けて考える。

100 Prepare for **101**

$|x+2|+|x-1|$ の絶対値記号をはずしたい。このとき，次の問いに答えよ。

□ (1) $|x+2|$，$|x-1|$ の絶対値記号をそれぞれはずせ。

□ (2) $|x+2|+|x-1|$ の絶対値記号の中の式 $x+2$，$x-1$ の値は，(i)ともに負，(ii)一方が0以上でもう一方が負，(iii)ともに0以上の3つの場合が考えられる。このことに着目して，$|x+2|+|x-1|$ の絶対値記号をはずせ。

101 次の方程式を解け。

□(1)* $|x+2|+|x-1|=5$　　□(2)* $|x-2|+2|x-4|=6$

□(3) $|x|+|x+2|=-x+1$

102 次の不等式を解け。

□(1)* $|x-1|+2|x+2|>5$　　□(2) $|3x-5|\geqq|x+1|-x$

□ **103** 次の連立不等式が解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

$$\begin{cases}|x-a|<2\\(1-\sqrt{3})x<-2\end{cases}$$

深

深 14 2点 A(3) と P(x) について，次の問いに答えよ。

□(1) 2点 A，P の距離を，x と絶対値記号を用いて表せ。

□(2) 表現してみよう

次の不等式を満たす点 P(x) は，点 A からみてどのような位置にあるか。距離という言葉を用いて説明せよ。

(i) $|x-3|<2$　　(ii) $|x-3|>5$

▶教 p. 39 補足

□ **深 15** 方程式 $|x-6|=2x$ を次のように解いた。

> 与えられた方程式は，$x-6=\pm2x$ と変形できる。
> (i) $x-6=2x$ のとき，これを解くと，　$x=-6$
> (ii) $x-6=-2x$ のとき，これを解くと，　$x=2$
> よって，(i)，(ii)より，方程式の解は，　$x=-6$，2

この解答は正しいだろうか。もし誤りがあれば，正しい考え方で解を求めよ。

▶教 p. 172 探究2

□ **深 16** a，b，c を実数とする。次の①～④は，不等式 $|ax+b|\leqq c$ の解について述べたものである。①～④のうち，正しいといえるものをすべて選べ。

① a，b，c がどんな実数でも，不等式 $|ax+b|\leqq c$ の解は存在する。

② $a\neq0$，$c>0$ のとき，不等式 $|ax+b|\leqq c$ は必ず解をもつ。

③ 不等式 $|ax+b|\leqq c$ を満たす x の値がただ1つになることがある。

④ $a=0$ のときでも，不等式 $|ax+b|\leqq c$ の解が存在することがある。

チェック

104 $P=x^2-3x+2$，$Q=2x^2+x-5$，$R=3x^2+1$ のとき，次の式を計算せよ。

□(1) $2P+Q-R$　　□(2) $2(P+Q)-3(P+Q-4R)$

□ **105** 次の2つの式を満たすような多項式 A，B を求めよ。

$A+B=(2x+y)^2$，$A-B=(2x-y)^2$

◎ 次の式を展開せよ。[**106～107**]

106 □(1) $(5x+3)(x^2-x+1)$　　□(2) $(5-3x)^2$

□(3) $(3a+5b)(3a-5b)$　　□(4) $(x-8y)(x+3y)$

□(5) $(2x-5y)(6x+y)$　　□(6) $(3x-y+4z)^2$

107 □(1) $(5a+b-3)(5a+b+2)$　　□(2) $(x^2-2x+3)(x^2+2x+3)$

□(3) $(3x-y+z-5)(3x+y+z+5)$

□(4) $(x-4)(x-3)(x+5)(x+6)$

108 発展 次の式を展開せよ。

□(1) $(4x-5y)^3$　　□(2) $(t+3)(t^2-3t+9)$

□(3) $(2x+1)^3(2x-1)^3$

◎ 次の式を因数分解せよ。[**109～110**]

109 □(1) $ax^2-4ax+4a$　　□(2) $5x^2-\dfrac{125}{49}$

□(3) $x^2+12x+32$　　□(4) $x^2-13x-30$

□(5) $14x^2-37x+5$　　□(6) $6x^2+11x-10$

□(7) $(2a-b)^2-(2a-b)-6$　　□(8) $4a^2-b^2+6bc-9c^2$

□(9) $2x^3-5x^2y-5yz+2zx$　　□(10) $x^3-x^2z+xyz-yz^2$

110 □(1) x^4-3x^2-4　　□(2) x^4+3x^2+4

□(3) $x^2-8y^2+2xy+x+16y-6$　　□(4) $a^2+b^2-2c^2+2ab-bc-ca$

□(5) $(x+2y-1)(x-3y-1)-6y^2$

□(6) $(x+2)(x-1)(x+3)(x-2)-32$

111 発展 次の式を因数分解せよ。

□(1) $\dfrac{1}{3}a^3+9$　　□(2) a^6-729b^6

112 a が次の値をとるとき，$|a+2|-|a-1|$ の値を求めよ。

□(1) $a=-5$　　□(2) $a=0$

□(3) $a=\dfrac{3}{2}$　　□(4) $a=-\sqrt{3}$

113 次の計算をせよ。

□(1) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$　　□(2) $(3\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+2\sqrt{2})$

□(3) $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{7})^2$

□(4) $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5})$

114 次の式の分母を有理化せよ。

□(1) $\dfrac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$　　□(2) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}-\sqrt{7}}$

115 次の計算をせよ。

□(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$　　□(2) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

116 $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，次の式の値を求めよ。

□(1) a　　□(2) b　　□(3) a^2+b^2

117 $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ のとき，次の式の値を求めよ。

□(1) $x+y$　　□(2) xy　　□(3) x^2+y^2

□ **118** 発展 $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ の2重根号をはずして簡単にせよ。

119 次の不等式を解け。ただし，a を定数とする。

□(1) $\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{5}\leqq\dfrac{2-x}{10}$　　□(2) $\begin{cases}8x-5\leqq 5x+2\\2x+3>2-x\end{cases}$

□(3) $2ax+1\leqq x+4a^2$

120 次の方程式，不等式を解け。

□(1) $|3x+1|=5$　　□(2) $|2x-3|<7$

□(3) $|x-3|=10-2x$　　□(4) $|2x+1|<-x$

13 2次関数の最大・最小

□ **155** **【2次関数の性質】** 放物線 $y=ax^2+bx+c$ について，次の空欄ア～エにあてはまる言葉を答えよ。
$a>0$ のとき，放物線は $\boxed{\text{ア}}$ に凸で，軸から遠いほど y の値は $\boxed{\text{イ}}$ なる。
$a<0$ のとき，放物線は $\boxed{\text{ウ}}$ に凸で，軸から遠いほど y の値は $\boxed{\text{エ}}$ なる。

A

156 **【2次関数の最大・最小】** 次の2次関数の最大値，最小値があれば，それを求めよ。また，そのときの x の値も求めよ。

□(1)* $y=x^2+4x+3$　　□(2) $y=-2x^2-8x$

□(3)* $y=-\dfrac{1}{3}x^2+4x+2$　　□(4) $y=x^2-2px+q$

□(5) $y=-x^2+ax+b$　　□(6) $y=-\dfrac{1}{2}x^2-ax-3b$

▶教 p. 60～61

157 **【定義域が制限された2次関数の最大・最小】** 次の2次関数の最大値，最小値があれば，それを求めよ。また，そのときの x の値も求めよ。

□(1)* $y=x^2-2x+3\ (0\leqq x\leqq 3)$　　□(2) $y=-x^2+4x-4\ (-1\leqq x\leqq 3)$

□(3) $y=-2x^2-8x-5\ (-1\leqq x\leqq 1)$

□(4)* $y=(x-2)(x-4)\ (0\leqq x\leqq 2)$

□(5)* $y=-\dfrac{1}{2}x^2+3x\ (-1<x\leqq 4)$　　□(6) $y=2x^2-8x+5\ (0\leqq x\leqq 4)$

▶教 p. 61～62

深 21 ▶

158 **【2次関数の決定】** 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ が次の条件を満たすとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

□(1) $x=-2$ で最小値 -1 をとり，$x=-1$ のとき $y=3$ である。

□(2) $x=0$ で最大となり，$x=3$ のとき $y=2$，$x=1$ のとき $y=6$ である。

B

159 *Prepare for* **160**

2次関数 $y=x^2-4x+c\ (-1\leqq x\leqq 4)$ の最大値を求めたい。このとき，次の問いに答えよ。

□(1) 下の文章の空欄ア～エにあてはまる言葉や値を答えよ。
この2次関数のグラフは $\boxed{\text{ア}}$ に凸で，軸は直線 $x=\boxed{\text{イ}}$ であり，軸から遠いほど y の値は $\boxed{\text{ウ}}$ なる。
したがって，最大値をとるのは $x=\boxed{\text{エ}}$ のときである。

□(2) この2次関数の最大値を，c を用いて表せ。

□ **160** 2次関数 $y=2x^2-12x+c\ (2\leqq x\leqq 5)$ の最大値が4であるとき，定数 c の値と，この関数の最小値を求めよ。

▶教 p. 63 例題4

□ **161** 2次関数 $y=-x^2+ax+b$ $(-2\leqq x\leqq 2)$ は，$x=-1$ のときに最大となり，また，最小値 2 をとる。このとき，定数 a，b の値を求めよ。

▶教 p. 63 例題 4

□ **162*** 2次関数 $y=ax^2-4ax+b$ $(-1\leqq x\leqq 3)$ の最大値が 15，最小値が -3 のとき，定数 a，b の値を求めよ。ただし，$a>0$ とする。 深 20▶

163 a を定数とする。2次関数 $y=x^2+2ax-a^2+4a+5$ の最小値を m とするとき，次の問いに答えよ。

□(1) m を a の式で表せ。

□(2) m の最大値とそのときの a の値を求めよ。

164 a を正の定数とする。2次関数 $y=-x^2+4x+5$ $(-1\leqq x\leqq a)$ について，次の問いに答えよ。

□(1)* 最大値とそのときの x の値を求めよ。

□(2) 最小値とそのときの x の値を求めよ。 ▶教 p. 178〜181 探究 5

□ **165** *Prepare for* **166**

a を定数として，2次関数 $y=x^2-4x+2$ $(a\leqq x\leqq a+2)$ の最小値を考える。

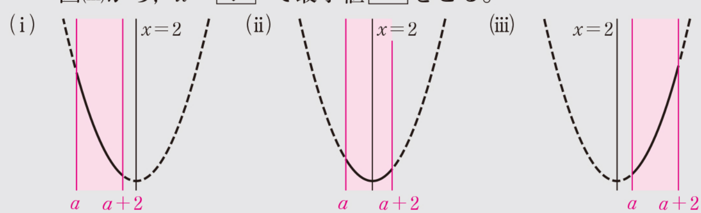
問題 **164** と同様に，この関数は a の値によって最小値が変わるから，a の値で場合分けして考えなければならない。

下の(i)，(ii)，(iii)は，軸と定義域の位置関係に着目して，場合分けをしたものである。空欄ア〜コにあてはまる値や式を答えよ。

(i) 軸が定義域の右側にある場合。
つまり，$a+2<$ $\boxed{ア}$，すなわち，$a<$ $\boxed{イ}$ の場合。
図(i)から，$x=$ $\boxed{ウ}$ で最小値 $\boxed{エ}$ をとる。

(ii) 軸が定義域の中にある場合。
つまり，$a\leqq$ $\boxed{ア}$ $\leqq a+2$，すなわち，$\boxed{オ}$ $\leqq a\leqq$ $\boxed{カ}$ の場合。
図(ii)から，$x=$ $\boxed{キ}$ で最小値 $\boxed{ク}$ をとる。

(iii) 軸が定義域の左側にある場合。つまり，$\boxed{ア}$ $<a$ の場合。
図(iii)から，$x=$ $\boxed{ケ}$ で最小値 $\boxed{コ}$ をとる。



166 t を定数とする。2次関数 $y=x^2+2x$ $(t\leqq x\leqq t+2)$ について，次の問いに答えよ。

□(1)* 最小値とそのときの x の値を求めよ。

□(2) 最大値とそのときの x の値を求めよ。 ▶教 p. 181 探究 5

□ **167** *Prepare for* **168**

a を定数として，2 次関数 $y=x^2-4ax+2$ $(0\leqq x\leqq 4)$ の最小値を考える。下の(i), (ii), (iii)は，問題 **165** と同様に，軸と定義域の位置関係に着目して，場合分けをしたものである。空欄**ア**～**シ**にあてはまる値や式を答えよ。

(i) 軸が定義域の右側にある場合。つまり，$\boxed{ア}<2a$，すなわち，$a>\boxed{イ}$ の場合。このとき，$x=\boxed{ウ}$ で最小値$\boxed{エ}$をとる。

(ii) 軸が定義域の中にある場合。つまり，$\boxed{オ}\leqq 2a\leqq\boxed{ア}$，すなわち，$\boxed{カ}\leqq a\leqq\boxed{キ}$ の場合。このとき，$x=\boxed{ク}$ で，最小値$\boxed{ケ}$をとる。

(iii) 軸が定義域の左側にある場合。つまり，$2a<\boxed{オ}$，すなわち，$a<\boxed{コ}$ の場合。このとき，$x=\boxed{サ}$ で最小値$\boxed{シ}$をとる。

168 a を定数とする。2 次関数 $y=2x^2-4ax+1$ $(0\leqq x\leqq 2)$ について，次の問いに答えよ。

□(1)* 最小値とそのときの x の値を求めよ。

□(2) 最大値とそのときの x の値を求めよ。 ▶教 p. 181 探究 5

□ **169*** 直角をはさむ 2 辺の和が 20 の直角三角形において，斜辺の長さ ℓ が最小になるのはどのようなときか。

□ **170** あるコンビニでコーヒーを販売している。このコーヒーは 1 円値上げするごとに，2 杯売れる数が少なくなるという。定価が 110 円のときは 1 日に 300 杯売れるとすると，1 日の売上を最大にするためには，定価を何円に設定すればよいか。

深

□ **深 20** 表現してみよう

2 次関数 $y=ax^2+2x+1$ $(a\neq 0)$ の最小値について，次のように考えた。

> $$y=ax^2+2x+1=a\left(x+\frac{1}{a}\right)^2+1-\frac{1}{a}$$
> よって，$x=-\dfrac{1}{a}$ のとき，最小値 $1-\dfrac{1}{a}$ をとる。

この考え方は誤っている。その理由を説明し，正しい解答を書け。

深 21 実数 x，y が $2x+y=5$ を満たしながら変化するとき，x^2+y^2 や xy の最大値，最小値を考えてみよう。x^2+y^2 や xy は変数が 2 つあるが，条件 $2x+y=5$ を利用すると，x だけの式で表すことができる。このことを踏まえて，次の問いに答えよ。

□(1) x^2+y^2 を x の式で表せ。

□(2) x^2+y^2 の最小値を求めよ。

□(3) xy の最大値を求めよ。

□(4) $x\geqq 0$，$y\geqq 3$ という条件があるとき，x^2+y^2 の最小値を求めよ。