大学入試センター試験および国公立大二次・私大

大学入試 分析と対策

2020
令和２年度

数学

学校法人 河合塾
数学科講師 寺尾 仁志

啓林館

この冊子の内容は次のURLからもアクセスできます
https://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/kou/math/

本稿ではいくつかの入試問題を引用していますが，紙面の都合上，設問の一部を省略したり表現を改変したりした箇所があります。

なお，大学入試センター試験の問題はトピックスが多いため，問題文を引用していません。問題文については河合塾のホームページなどをご覧ください。

0 はじめに

センター試験最終年度である2020年度大学入試が終了した。今回も本稿では，まず今年度のセンター試験の分析と国公立二次試験・私大入試の分析を行い，傾向や難易度の変化，トピックスなどの報告を行う。さらに，次年度から始まる共通テストに向けて必要な力（思考力・判断力・表現力）などを身につけるための良問なども紹介し，次年度以降の学習対策を述べることにする。

1 大学入試センター試験

ここでは，主として「数学Ⅰ・A」および「数学Ⅱ・B」の２科目の出題内容についての分析と，次年度以降の学習対策を述べることにする。

（1） 大問構成

今年度の大問構成は以下のようになった。括弧内は配点であり，★は選択問題（２問選択）である。

数学Ⅰ・A

大問	単　　元
1	[１] 数と式(10) [２] 集合と論理(10) [３] ２次関数(10)
2	[１] 図形と計量(15) [２] データの分析(15)
3	★場合の数と確率(20)
4	★整数の性質(20)
5	★図形の性質(20)

問題の出題形式は昨年度と同様であった。必答問題は２題で，選択問題は３題から２題を選択する形であった。計算量は昨年度より少なく，分量は昨年度並みであった。

数学Ⅱ・B

大問	単　　元
1	[１] 三角関数(15) [２] 指数・対数関数(15)
2	微分法・積分法(30)
3	★数列(20)
4	★ベクトル(20)
5	★確率分布と統計的推測(20)

問題の出題形式は昨年度と同様であった。必答問題は２題で，選択問題は３題から２題を選択する形であった。計算量，分量ともに昨年度並みであった。

（2） 難易度の変化

「数学Ⅰ・A」の平均点は51.88点，「数学Ⅱ・B」の平均点は49.03点であった。昨年度との比較は以下のようになる。

	2019年度	2020年度
数学Ⅰ・A	59.68	51.88
数学Ⅱ・B	53.21	49.03

「数学Ⅰ・A」の平均点は昨年度より7.8点下がった。これは，あまり経験のしたことのない問題，つまり，設定が複雑な問題や，抽象的な設定で解答方針が立てにくい問題などがあったためだと思われる。特に２次関数の問題の得点率が悪かった。

「数学Ⅱ・B」の平均点は昨年度より4.18点下がった。数学Ⅰ・Aに比べると誘導が丁寧であり，全体的に解きやすかったように思う。一方，標準偏差は，「数学Ⅰ・A」は18.43と昨年度より２点ほど下がり，「数学Ⅱ・B」は22.63と昨年度とほぼ同じであった。

（3） 「数学Ⅰ・A」の問題分析

大学入試センターからは，大問別平均点は発表されていないので，河合塾が実施した「答案再現分析」による大問別平均点を次の表に示す。（「答案再現分析」とは，受験生がどの問題にどのマークをしたかを調査したもの。今年度は「数学Ⅰ・A」で8,169件，「数学Ⅱ・B」で7,853件のデータを収集した。なお，「答案再現分析」による平均点は「数学Ⅰ・A」で57.7点，「数学Ⅱ・B」で55.1点であり，答案再現分析により抽出された標本は，全母集団に比べてやや上方に分布している。）

問題番号	平均点	満点
1　[1]	8.3	10
[2]	6.8	10
[3]	4.3	10
2　[1]	9.1	15
[2]	8.2	15
3	11.9	20
4	8.1	20
5	11.3	20

次に，今回出題された問題についてのコメントと，次年度以降の学習対策について述べていく。なお，以降で登場する正答率は，すべて上の「答案再現分析」に基づいたものである。

① 数と式

[1]は，1次関数，無理数の計算問題である。傾きが負となるaの値の範囲のできはかなりよかった。（2）のaの値の範囲も正答率80%以上とそれほど悪くなかった。1次関数のy切片がaであることに着目できるか心配であったが，問題なかったようである。最後の無理数の計算も正答率は80%以上あった。（2）は教科書レベルだけの学習では厳しい問題である。与えられた条件から必要なものに着目するような訓練が必要な問題であったと思う。これは，来年度以降の共通テストに求められる力そのものではないだろうか。

[2]は，集合の包含関係をもとに考える問題である。今年度は必要条件，十分条件に関する問題が出題されなかった。集合P，Q，Rの関係をベン図で表してみると考えやすい問題である。正答率が80%を切っているのは最後の（3）の問題だけで，71.8%であった。誤答の傾向もさほどみられなかった。

② 2次関数

[3]は，2次関数の問題で，この問題が今年度の平均点を押し下げる原因となった。まず，Gを表す2次関数を求める問題の正答率は，78%ほどであった。1問目からこの正答率になった理由は，おそらく軸に注目せずに，求める2次関数を$y=x^2+ax+b$などとおいて，$(c,\ 0)$，$(c+4,\ 0)$を代入したのではないかと推測できる。Gと線分が共有点をもつ条件を立式できなかったのか，連立不等式が解けなかったのかは判断しかねるが，もともとGの式が作れていない状況では得点することは期待できないだろう。（2）についても同様である。$\boxed{\text{ト}}$以降の正答率は次の通り。得点は$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$で2点だが，次の表ではマーク1つ1つの正答率を示す。

解答記号	正答率
ト	61.2%
ナ	39.8%
ニ	37.3%
ヌ	43.1%
ネ	29.6%
ノ	48.4%
ハ	54.2%
ヒ	29.4%
フ	24.1%
ヘ	25.0%
ホ	41.4%

大問における小問の得点率をみると，この問題が今年度の平均点を下げる要因になったのは明確である。

③ 図形と計量

[1]は，余弦定理や正弦定理を利用する問題である。BDの長さはよくできていた。次の$\sin\angle\mathrm{ADC}$のできが悪いのではないかと予想していたが，実際の正答率は72.5%と悪くはなかった。続く二等分線の性質を使う問題は，範囲が『数学A』であることが少し気になったが，その問題の$\boxed{\text{オ}}$の正答率が75.8%であったところをみると，問題はなかったのだろう。しかし，そのあとのADの長さを求めるところからできが悪くなっていた。ADとACの長さの比をうまく利用できなかったのだろう。

解答記号	正答率
カ	42.1%
キ	28.8%
ク	41.0%
ケ	37.8%

④ データの分析

[2]（1）は四分位数の記述について正しいものを選ぶ問題である。選択肢が6個もあるので1つ1つ確認していくのは大変だったと思う。正答率は，16.9%，44.2%であった。

この問題は来年度以降の共通テスト対策には良いと思う。ある程度見当をつけて，なるべく早く正解を見つける訓練が必要である。

（2）は，47個の箱ひげ図に関する問題である。図をみると，見慣れないせいで一見難しくみえるが，設問は比較的易しい。正答率は77.5%であった。

（3）は，ヒストグラムから箱ひげ図を選ぶ問題であ

る。これも基本通り最小値，最大値，中央値，第一四分位数，第三四分位数などから判断すればよい。正答率81.8%とよくできていた。

（4）は，散布図からヒストグラムを選ぶ問題である。これも，平均寿命の差が7から7.5の度数に着目すれば正しい答えが得られる。正答率は52.4%であった。例年に比べると分散や，標準偏差，相関係数などの計算もなくかなり楽な問題であった。来年度以降の共通テストに向けて，そういった計算に加えて正誤問題などにも対処できる力を身につけておく必要がある。

⑤ 場合の数と確率

［1］は，確率についての正しい記述を選ぶ問題である。わかりやすいものから考えることが大事である。正答率は77.3%，66.5%であった。

［2］は，1枚のコインを最大で5回投げるゲームの確率の問題である。

（1）は，2回連続で裏が出る確率，表と裏が出る確率の問題である。基本的な問題であり，よくできていた。

（2）は，反復試行の確率の問題である。それぞれの事象が何回ずつ起これぱよいかをまず考える問題だが，これもよくできていた。

（3）は，条件を満たす場合の数を求めるには経過図などを利用するとよいのだが，経験がなければ難しかったようである。正答率は20%ほどと，かなり悪かった。

（4）は，条件付き確率の問題であるが，（3）の続きなのでかなり厳しい問題になったようである。正答率は15%ほどであった。

［1］のような，確率の本質を問う問題は来年度以降の共通テストに向けての出題形式のヒントではないだろうか。

⑥ 整数の性質

（1）は，循環小数を含む計算で，基本的な問題であるが，正答率は80%を切っている。あまり循環小数に慣れていなかったようである。

（2）は，循環小数に加えて7進法も登場する問題である。定着していない循環小数に加えて7進法が加わったため，正答率は47%となり，最初の問題がこのできだと，あとの問題はかなり厳しくなったようである。

（ⅰ）は，求める分子をkとおくと，$8<k<12$となる，すなわち文字の限定の問題である。正答率は47.5%，62%であった。次の不定方程式はa，bの範囲がともに0以上6以下であるから求めやすかった。しかし，正答率は36%ほどと，あまりよくなかった。

（ⅱ）も，$7a+b$のとり得る値に着目すればさほど大変な問題ではないが，正答率は10%であった。

来年度からは，生活に関連づけた問題などで思考力を問う形も考えられ，難易度が上がる可能性もある。教科書だけでなく私大や国公立大の入試問題などでしっかり練習を積んだほうがよい。

⑦ 図形の性質

チェバの定理，メネラウスの定理，方べきの定理と基本定理を使って解答していく問題である。面積の比の問題から正答率が47%ほどに下がり，特に最後の$\angle$AEGの正答率は32.5%であった。この問題は方べきの定理など円周上にある点を探さなければいけないので，かなり難易度は高いと思われる。その割にはこのできのよさになったのは，4択であるからだと思われる。来年度に向けては，教科書等で扱われていない数学の定理等を，既知の知識を活用して導くような問題も意識して学習しておきたい。

（4）「数学Ⅱ・B」の問題分析

「答案再現分析」による大問別平均点を次の表に示す。

問題番号		平均点	満点
1	［1］	9.8	15
	［2］	8.5	15
2		17.9	30
3		9.5	20
4		9.5	20
5		8.7	20

① 三角関数

［1］（1）は加法定理，不等式の問題である。加法定理はよくできていたが，合成の正答率は78.6%であり，80%を切っていた。不等式の正答率は63%程度のできであった。

（2）は，2次方程式の解と係数の関係，$\sin\theta$，$\cos\theta$の基本対称式の問題である。kの値は正答率が70%以上あった。これは$\sin\theta$，$\cos\theta$の和と積の関係式がしっかり作れたからであろう。最後のθの範囲の正答率が39.8%で，かなり悪かった。これは，単位円がしっかり扱えていないことを意味しているように思われる。

② 指数・対数関数

（1）は，交代式，対称式の計算問題である。

$t^{\frac{1}{3}}-t^{\frac{1}{3}}=-3$を両辺平方する問題，結果を和と積で表す問題の正答率は，それぞれ約80％，70％であった。最後の$t-t^{-1}$の正答率は40％程度だった。最後の問題のように3乗が必要な計算になると正答率はかなり落ちるようである。

（2）は，対数の連立不等式の問題である。最初の式変形の問題のできはよかった。そのあとのYのとり得る最大の整数，xのとり得る最大の整数の正答率は31.3%，11.1％であった。不等式の表す領域を考えるといった思考力の必要な問題では，このような結果になった。共通テストに求められる「思考力」については，このような結果になる可能性が高く，なかなか高得点を期待することはできないだろう。試行調査の結果が平均3割程度になることは，こういったセンター試験の結果からみてもよくわかる。

③ 微分法・積分法

（1）は，2つの放物線に接する接線を求める問題である。この問題のできはすべて正答率80％以上と，よくできていた。

（2）は，放物線と接線と$x=a$で囲まれる図形の面積を求める問題である。できは68％程度であった。積分計算もかなり易しいので，もう少しできてほしい問題であった。

（3）は，2つの放物線と共通接線で囲まれた図形の中で，$0 \leqq x \leqq 1$を満たす部分の面積をaで場合分けして求める問題である。aの値と1との大小で場合分けすることについては，正答率52.0％と，半分の受験生しかわかっていない。また，面積Tの計算は時間がかかるわりに得点は3点とあまり報われない。後半のTの正答率は20％程度であった。

（4）は，$2T-3S$の最大を考える3次関数の最大値の問題である。そもそも（2），（3）でS，Tを正解していないと，この問題を解くことはできない。つまり，（3）でTを正しく求めた20％程度の受験生用の問題である。当然できは悪く，12％～20％であった。

数学が得意な受験生でも，前半に1箇所計算ミスをすると後半は全く得点できないという問題構成になっている。もう少し勉強してきたことが出せるような，小さなミスが大きな減点につながらないような問題構成にできないものかと，例年思う。

④ 数列

今年度も漸化式の問題が出題された。前半のa_2やb_1を求める問題は当然よくできていた。（2）でb_nの漸化式を作る問題も74％とよくできているし，そのあとの部分分数分解も70.9％とよくできていた。

続いて，和の計算であるが，部分分数分解の部分の正答率が約60％程度であったのに対し，後半の等比数列の和は約45％程度と，等比数列の和もシグマの形で出題されるとできが悪いことがわかった。ただ等比の和であることに気づかなかったのか，気づいてもそのあとの計算がマークが埋まるところまで計算できなかったのかは，わからない。

そして$\{b_n\}$，$\{a_n\}$の一般項は正答率32％，24％程度であった。

（4）は，$\{a_n\}$の項を3で割った余りを求める問題である。余りは0，1，2のいずれかであるから，確率$\frac{1}{3}$で正解できる問題であるが，正答率は26.2％，17.6％，16.9％と理論上より悪かった。不思議なことに，最後の初項から第2020項までの和を3で割った余りを求める問題のできは23.9％と上がった。

⑤ ベクトル

空間ベクトルの問題である。（1）は，ベクトルの大きさや内積を計算する基本的な問題である。できはよかった。

（2）は，共面条件と与えられた内積の条件から$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$を決定する問題である。$s$，$t$の決定の正答率が54.0％，57.1％で，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|$を求める問題が47.5％であった。

（3）は，$\overrightarrow{\mathrm{CB}}$の成分から四角形OABCの形状を考える問題で，正答率は37.2％であった。計算した結果を図に反映することや，計算しながら状況を把握することができていないとよくわかる。四角形の面積の正答率は15.5％であった。

（4）は，Dの座標を求める問題で基本的な計算であるが，この問題もCの座標が求まっていないと解くことができない。正答率は18.6％であり，最後の体積の問題も状況の把握ができていないのか，正答率は8.6％であった。かなり計算量があり，空間であることもあって，数列に比べると得点することが難しかったようである。

⑥ 確率分布と統計的な推測

（1）は，期待値，標準偏差の計算の問題である。正答率は45％～70％程度であった。教科書をしっかり学

習していればもう少し得点できてもよさそうである。

（２）は，母比率0.4のときの平均，標準偏差を求める問題。正答率は55％以上であった。二項分布を正規分布で近似し与えられた範囲の値をとる確率を求める問題である。正答率は20％～30％であったが，$\boxed{\text{セ}}$だけは53.7％とよかった。これは，答えが$\dfrac{1}{2}$であるため，適当に解答して正解できたからではないだろうか。

（３）は，母平均に対する信頼度95％の信頼区間の問題である。前半の正答率が40％前後，後半は20％を切った。

すべて標準的な問題で，教科書の内容をしっかり理解し計算練習していれば，正解できる。

（5） 選択問題の選択率

「答案再現分析」によると，「数学Ⅰ・A」の選択問題の選択率は「確率＋整数」が43.0％で最も多く，続いて「確率＋図形」が39.9％，「整数＋図形」が14.5％であった。また，「数学Ⅱ・B」は「数列＋ベクトル」が96.6％であった。

2 国公立二次試験，私大入試など

（1） 今年度の特徴

今年度はコロナウイルスの影響もあり，後期試験が行われない大学もあった。全国の入試問題を見渡すと，東京大，京都大をはじめ東京医科歯科大，岡山大などでは難化，東北大，筑波大，東京工業大，大阪大，神戸大，広島大などでは易化もしくはやや易化であった。分野的には，整数を出題する大学が非常に多かった。また，理系に限って言えば，複素数平面の出題も多かった。また，私大では，データの分析も小問で多くみられた。問題の詳細は以降に挙げていく。

（2） 分野の選択について

今年度は，滋賀大（データサイエンス学部）では例年通りの数学A（確率）と数学B（確率分布）からの選択であった。また，鹿児島大でも例年通りの数学Bの数列，ベクトル，確率分布からの選択であった。

（3） 「データの分析」の問題

今年度の国公立大で「データの分析」の問題が出題されたのは，信州大，浜松医科大，京都府立医科大，京都府立大，県立広島大，山口大，島根県立大などであった。出題された内容は，浜松医科大では昨年度のセンター試験と同じくデータの標準化，箱ひげ図，その他は相関係数の問題や分散，標準偏差の問題が主であった。私大では，毎年出題されている福岡大，同志社大，関西学院大，立命館大などで出題されていた。次の問題は，浜松医科大の問題である。

> 以下は，A病院，B病院の，ある月の患者の肝臓の機能を表すASTの値のデータ（有効数字は２桁）である。
>
> A病院：30，18，44，38，70，20，50，43，32，19，32，36，64，43，19，30，37，41，33，21
> （平均値は36，標準偏差は13.3である。）
>
> B病院：35，24，54，43，42，19，34，46，48，80，30，65，74，63，24
> （平均値は45.4，標準偏差は18.1である。）
>
> （１） これら２つのデータの集まりについて，それぞれの四分位数を求め，箱ひげ図を２つが比較できるように並べてかけ。
>
> （２） A病院とB病院の箱ひげ図を比較しその傾向を調べると，その２つの傾向は異なることが分かった。２つの箱ひげ図の傾向が異なると判断できる理由を１つ述べよ。
>
> （３） （略）
>
> （４） ２以上の自然数nに対して，n個の変数x_1，x_2，…，x_nからなるデータXの平均値を$\overline{x}$，標準偏差をs_xとし，
>
> $$z_i=\frac{x_i-\overline{x}}{s_x}\quad (i=1,\ 2,\ \cdot,\ n)$$
>
> を考える。ただし，$s_x>0$とする。このとき，n個の数値z_1，z_2，…，z_nからなるデータZの平均値$\overline{z}$と標準偏差s_xの値を求めよ。

箱ひげ図をかかせる問題は目新しく，慶應義塾大（薬）でも出題された。データの分析の出題は，国公立大では多いとは言えない。しかし，出題されると難易度が高いこともよくあり，他分野との融合も考えられる。よって，そういった問題に対処できるよう，少し高いレベルで

しっかり基本的な統計量を求めたり，データから傾向を読み取るような訓練が必要である。

（4）「整数の性質」の問題

昨年度までは，不定方程式 $ax+by=1$ 型の出題がかなり多かったが，今年度は整数を剰余で分類するタイプや文字の範囲を限定する問題なども多く出題された。また，n 進法の出題もみられた。剰余による問題では，合同式の利用の可，不可についてはよく議論されるが，やはり一橋大の問題をみる限り，剰余の性質や合同式の知識は身につけておいたほうがよさそうである。次の問題は一橋大の問題である。

> （1） 10^{10} を2020で割った余りを求めよ。
> （2） 100桁の正の整数で各位の数の和が2となるもののうち，2020で割り切れるものの個数を求めよ。

（1）は，$10^4=2020\times5-100\equiv-10^2$ を利用して求める。

（2）は，$10^{4n}\equiv-10^2$ を示し，剰余の周期性を利用する。やはり，こういった問題を考えるときには剰余の性質や合同式の知識がないと厳しいだろう。その他の大学では，東京工業大で，

$|x^2-x-23|$ の値が，3を法として2に合同である正の整数をすべて求めよ。

という問題が出題された。こういった表現も慣れておく必要がある。

また，n 進法の問題も散見された。次の問題は，奈良県立医科大の問題である。

> （1） 略
> （2） n を2以上の整数とする。この問題において，$(-n)$ 進数とは0以上 n 未満の整数 a_{d-1}，a_{d-2}，…，a_0（ただし，$a_{d-1}\neq0$）を並べた列 $a_{d-1}a_{d-2}\cdots a_0$ のこととする。これは整数 $a_{d-1}(-n)^{d-1}+a_{d-2}(-n)^{d-2}+\cdots+a_0(-n)^0$ と対応しており，0でない任意の整数と対応する $(-n)$ 進数がただ一つ存在することが知られている。例えば
> $1\times(-4)^3+3\times(-4)^2+1\times(-4)^1+2\times(-4)^0=-18$
> なので，(-4) 進数の1312は -18 に対応する。
> (-5) 進数の1234は整数 $\boxed{\text{ウ}}$ に対応し，整数 -2020 は (-7) 進数の $\boxed{\text{エ}}$ に対応する。

この問題は，$(-n)$ 進数が定義されている問題であるが，$(-n)$ 進数は目新しい。n 進法は，その他の大学では福島大や秋田大で出題された。秋田大では，循環小数と n 進法の問題であった。また，一橋大後期ではメルセンヌ素数，奈良県立医科大後期ではフェルマーの小定理の証明，和歌山県立医科大，福岡大ではルジャンドルの定理，京都大では平方剰余の問題などが出題された。島根大のユークリッドの互除法に関する問題はおもしろい。年々整数問題のレベルが上がってきているので，整数の性質を幅広く学習し，しっかり論証できる力を身につけておくことが必要である。

（5）「確率」の問題

確率の出題については，確率の最大，確率漸化式，条件付き確率の問題が多かった。確率の最大の問題は，東北大，山口大，徳島大，立命館大などで出題されていた。確率漸化式の問題は，東北大（後期），名古屋大，愛知教育大，名古屋市立大，大阪大，島根大，琉球大などで出題され，条件付き確率の問題は，山形大，横浜国立大，千葉大，福井大，和歌山大，広島大，佐賀大，鹿児島大，早稲田大などで出題された。特に佐賀大の問題は，タイムリーな病原菌の問題だと噂になったが，医学部の出題としてはよくある問題である。広島大ではベクトルとの融合問題であった。

次の問題は，広島大の問題である。

> 1個のさいころを3回投げる。1回目に出た目を a_1，2回目に出た目を a_2，3回目に出た目を a_3 とする。次に，1枚の硬貨を3回投げる。$k=1, 2, 3$ に対して，k 回目に表が出た場合は $b_k=1$，裏が出た場合は $b_k=a_k$ とおく。
> ベクトル
> $$\vec{a}=(a_1,\ a_2,\ a_3),\ \vec{b}=(b_1,\ b_2,\ b_3)$$
> （1） $a_1+a_2+a_3=7$ である確率を求めよ。
> （2） 略
> （3） $\vec{b}=(1,\ 1,\ 1)$ であったとき，$\vec{a}=(1,\ 1,\ 5)$ である条件付き確率を求めよ。
> （4） $\vec{b}=(1,\ 1,\ 1)$ であったとき，$a_1+a_2+a_3=7$ である条件付き確率を求めよ。

ベクトルと確率の融合問題である。確率の問題は，整数や数列など他分野と融合されやすい。このような問題はよい練習になると思う。

（6）「複素数平面」の問題

理系学部では，複素数平面の問題の出題が昨年度より増加していた。方程式の解，ドモアブル，図形の問題など，さまざまな内容の出題があった。次の問題は，京都大の問題である。

> a，bは定数で，$a>0$とする。zに関する方程式
> $$z^3+3az^2+bz+1=0 \qquad (*)$$
> は3つの相異なる解を持ち，それらは複素数平面上で一辺の長さが$\sqrt{3}\,a$の正三角形の頂点となっているとする。このとき，a，bと（＊）の3つの解を求めよ。

方程式の解が正三角形となる問題は，名古屋市立大（薬）でも出題されている。3次方程式の解が三角形の頂点になっている問題は，'00年度大阪府立大 名古屋大，'02年度島根大など多くの大学で出題されている。正三角形に関する問題は，京都大で'99, '05年度にも出題されている。

そのほかでは，ドモアブルの問題が大阪市立大，大阪府立大で出題され，軌跡の問題が札幌医科大，東北大などで多数出題されていた。京都府立医科大では，複素数平面における共線条件の問題が出題されていた。理系の場合，これから出題される可能性が高く，難易度も上がってきているので，今年度のような問題でしっかり学習しておきたい。

（7）「微分法・積分法（数学III)」からの出題

「微分法・積分法（数学III)」の出題について述べる。まず逆関数が，東北大，大阪市立大，金沢大などで出題され，合成関数が静岡大で出題された。教科書では

$(f\circ g)(x)=f(g(x))$

程度だが，合成関数は

$(f\circ f\circ f)(x)=f(f(f(x)))$

という形で出題されている。経験がないと見た目に驚かされるだろう。微分法・積分法では，基本的な計算問題も数多く出題され，やはり基本的な計算練習は必要であると感じた。それ以外でも，これまでもよく出題されてきた標準的なレベルの問題がかなり多いように感じた。また，現行課程に変わった際には，曲線の長さを求める問題などが数多く出題されたが，今ではかなり出題の数も減っている。

次の問題は大阪大の問題である。

> 関数
> $$f(x)=(x+1)^{\frac{1}{x+1}} \quad (x>0)$$
> について，以下の問いに答えよ。
> （1） $f(x)$の最大値を求めよ。
> （2） $f(x)$とその極限
> $$\lim_{x\to\infty}f(x),\ \lim_{x\to\infty}f'(x)$$
> をそれぞれ求めよ。ただし，
> $$\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}=0$$
> であることを用いてもよい。
> （3） $y=f(x)$のグラフの概形をかけ。ただし，グラフの凹凸を調べる必要はない。

これは，対数微分法の問題であり，大阪府立大でも出題されている。積分では，東北大で出題された，正の整数m，nに対して実数$A(m,\ n)$を

$$A(m,\ n)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^m x\sin^n x\,dx$$

と定義している問題もおもしろい。そのほか，面積，体積を中心に今年度は標準的な問題が中心であった。おそらく標準的な問題で十分差がつくと思われる。よって，「微分法・積分法（数学III)」は計算を中心に標準的な問題をしっかり学習しておくことが大事であると感じた。

（8）「入試問題トピックス」

（i）「ラテン方陣」の問題

次の問題は京都大の問題である。

> 縦4個，横4個のマス目のそれぞれに1，2，3，4の数字を入れていく。このマス目の横の並びを行といい，縦の並びを列という。どの行にも，どの列にも同じ数字が1回しか現れない入れ方は何通りあるか求めよ。
> （例の図は省略）

この問題は，差のついた問題となったようである。再現答案では，できている答案は当然満点で，できていない答案はほぼ何も書いていないものが多かったと聞く。京都大は小問がないだけに，こういった結果になるだろう。また，河合塾でも，誘導つきではあるが，2009年度神戸大オープンで出題していた。出題の方法からいくと，4行目は一意に決まるため3行4列で出題した。

3.　場合の数　(25点)

図1のような3行4列の表に，それぞれの行(横の並び)に4つの数1, 2, 3, 4を一つずつ並べる。このとき，どの列(縦の並び)にも同じ数が並んでいない表をSと呼ぶことにする。例えば図2の表がSの一つである。次の問に答えよ。

図1

1	2	3	4
3	1	4	2
4	3	2	1

図2

1	2	3	4
3			
2			

図3

1	2	3	4

図4

(1)　図3の状態からSは何通りできるか。
(2)　図4の状態からSは何通りできるか。
(3)　図1の状態からSは何通りできるか。

(ii)「$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$」の問題

次の問題は横浜市大の問題である。

以下の問いに答えよ。

（1）

$$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$$

の値をもとめなさい。

（2）　$\sqrt{2}$ が無理数であることを証明しなさい。

（3）　x^y の値が有理数になる無理数の組（x，y）が存在することを証明しなさい。

（1），（2）を用いて，（3）を示す。
$(x,\ y)=\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}},\ \sqrt{2}\right)$が条件を満たす1つの例である。
無理数，有理数の問題であるが，（1），（2）の誘導がなければ難しいだろう。（3）は題材としておもしろい。
限られた時間内でしっかり記述するのは厳しいだろう。

(iii)「点の配置」問題

次の問題は東京大の問題である。

座標平面上に8本の直線

$x=a(a=1,\ 2,\ 3,\ 4),\ y=b(b=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

がある。以下，16個の点

$(a,\ b)$　$(a=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ b=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

から異なる5個の点を選ぶことを考える。

（1）　次の条件を満たす5個の点の選び方は何通りあるか。

上の8本の直線のうち，選んだ点を1個も含まないものがちょうど2本ある。

（2）　次の条件を満たす5個の点の選び方は何通りあるか。

上の8本の直線は，いずれも選んだ点を少なくとも1個含む。

組合せの問題である。今年度は東京大，京都大ともに難易度は上がっていた。この問題も，やはり正解することはかなり難しいと思われる。（1）は条件を満たす2本の直線を

- $x=k,\ l(1\leqq k<l\leqq 4)$
- $y=k,\ l(1\leqq k<l\leqq 4)$
- $x=k,\ y=l(1\leqq k\leqq 4,\ 1\leqq l\leqq 4)$

に場合を分けて考えるとよいが，重複したり，数え漏れないように考えるのは短時間では大変だろう。京都大のラテン方陣とともに日頃から数え上げる訓練をしておかないといけないと感じた。また，順列を考える問題が神戸大で出題されるなど，その他の大学でも出題されている。

(iv)「新傾向」の問題

次年度から共通テストが始まるが，それにあわせて「思考力・判断力・表現力」などを意識した問題が出題されるか興味があったが，さほどなかった。大阪教育大では，方眼紙と鉛筆の絵があり楕円を作図する問題が出題され，和歌山大の経済学部では，少々難しいが，バスの乗客者数などに関する問題が出題されている。また，東京都立大の絵入りの確率の問題や，早稲田大（政経）のジュースに関する問題などは，新テストを意識した問題ではないだろうか。

その他注目した点をあげておく。

・東京工業大：「法として合同」という表現で出題された
・福島大：期待値の問題
・大阪教育大：トレミーの定理の証明の問題
・産業医科大：ゴールドバッハ予想の問題
・産業医科大，鳥取大：微分方程式の問題
・産業医科大：離心率を求める問題
・大阪市立大：ヤングの不等式，ヘルダーの不等式の問題

今年度の問題を見渡して感じたことは，漸化式（確率漸化式を含む）の出題が昨年度に引き続きかなり出題さ

れていることである。また，整数問題の数が増え難易度も上がっているように感じた。大学別では，東京大，京都大を含め難易度の上がった大学の問題の難易度は高く，知識だけでは歯が立たないようなレベルの問題もあった。しかし，基本をしっかり定着させそれをフルにいかして思考する訓練が，学習するうえではやはり大事であると思う。

3 おわりに

今年度の入試問題の難易度をみると，東京大，京都大のように難化した大学はわずかであり，ほとんどの大学は，横ばいもしくは易化していたように思う。また，東京大のような難易度になると，合格者でも最後まで解けていない受験生が増えるであろう。よって，必要なことは，基本をしっかり身につけ，考える力もつけて，標準から応用レベルの問題を確実に解くことができるようにすることだと思う。これから，我々もより深く入試問題を研究，分析し，教育に生かしていきたいと思う。

寺尾　仁志（てらお・ひとし）

「全統高１模試」チーフ，高１・２教材で使用する「重要事項集」チーフを担当。河合サテライト講座，河合塾マナビスなど映像授業も多く担当している。学習指導要領を深く研究するとともに，模試の答案分析を通して生徒の弱点を分析し，教材や模試に反映させている。授業は高校１年から大学受験科，また東大・京大を目指すトップレベルから，スタンダードレベルまで幅広く担当。

問題の解法だけでなく，その中にある基本事項や重要事項などを生徒にしっかり理解させることを重視し，生徒の学力に応じた丁寧な指導には定評がある。

―― 知が啓く。――

啓林館

URL https://www.shinko-keirin.co.jp/

令和３教　内容解説資料

本　　社	〒543-0052	大阪市天王寺区大道４丁目３番25号	電話(06)6779-1531	FAX(06)6779-5011
東京支社	〒113-0023	東京都文京区向丘２丁目３番10号	電話(03)3814-2151	FAX(03)3814-2159
北海道支社	〒060-0062	札幌市中央区南二条西9丁目1番2号サンケン札幌ビル1階	電話(011)271-2022	FAX(011)271-2023
東海支社	〒460-0002	名古屋市中区丸の内1丁目15番20号ie丸の内ビルディング1階	電話(052)231-0125	FAX(052)231-0055
広島支社	〒732-0052	広島市東区光町1丁目7番11号広島CDビル5階	電話(082)261-7246	FAX(082)261-5400
九州支社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1丁目5番6号ハイヒルズビル5階	電話(092)725-6677	FAX(092)725-6680