

河合塾・大竹先生による

## 先生方のための徹底入試対策講座

## 第91回 今年の入試問題は楽しい？

例年，入試問題を眺めていると，なかなか気に入ったものがあります．今年の問題からいくつか紹介します．まずは，これから見てみましょう．

実数  $x, y$  が  $|2x+y|+|2x-y|=4$  をみたすとき， $2x^2+xy-y^2$  のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ウ}} \leq 2x^2+xy-y^2 \leq \boxed{\text{エ}}$$

である．

(2018 東京慈恵会医科大)

ここでは，式の形が実にうまく作られています．

条件に与えられた， $|2x+y|+|2x-y|=4$  の左辺は， $x, y$  のいずれについても偶関数になっています．

つまり， $f(x, y)=|2x+y|+|2x-y|$  とおくと

$$f(-x, y)=f(-x, -y)=f(x, -y)=f(x, y)$$

だから，この条件を図示すれば， $x$  軸， $y$  軸に関して対称な図形かな，と思いますよね．だから， $x \geq 0, y \geq 0$  のときを考えて...となります．

さらに，2変数関数  $2x^2+xy-y^2$  は  $x, y$  のいずれについても奇関数，この値を  $k$  としてグラフを描けば，原点对称なグラフだろうなあとか，考えれば楽しい！ですね！！



偏差値は業界用語，と思っていらっしゃる方も多いかと思います．教科書には出てこないですね．

受験者数が100人の試験が実施され，この試験を受験した智子さんの得点は84(点)であった．また，この試験の得点の平均値は60(点)であった．

なお，得点の平均値が  $m$  (点)，標準偏差が  $s$  (点) である試験において，得点が  $x$  (点) である受験者の偏差値は

$$50 + \frac{10(x-m)}{s}$$

となることを用いてよい．

(i) 智子さんの偏差値は62であった．したがって，100人の受験者の得点の標準偏差は  $\boxed{\text{タ}}$  (点) である．

—— 以下，偏差値に関わる設問が続く ——

この偏差値も，よく聞く言葉でしょうが，定義をしっかりと知っている受験生はどのくらいいたのでしょうか．



放物線  $y = x^2 - 2x$  について、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $a$  を正の実数とする. 点  $(0, -a)$  を通り, この放物線に接する2本の接線の方程式を求めなさい.
- (2) 放物線と(1)で求めた2本の接線で囲まれる領域  $D_1$  を図示し, その面積  $S_1$  を求めなさい.
- (3) 放物線と(1)で求めた2本の接線との接点を  $A, B$  とする.  $A, B$  を通る直線  $l$  の方程式を求めなさい.
- (4) 放物線と(3)で求めた  $l$  で囲まれる領域  $D_2$  の面積を  $S_2$  とするとき, (2)で求めた面積  $S_1$  と  $S_2$  の比  $S_1 : S_2$  を求めなさい.

(2018 慶応大・看護医療)

この問題の誘導とは若干異なりますが, 次のようにするのも明快です.  
 [2接線の交点  $C(0, -a)$ ,  $AB : y = -2x + a$ ,  $A, B$  の中点  $M(0, a)$  として,

$$S_2 = \int_{-\sqrt{a}}^{\sqrt{a}} \{(-2x + a) - (x^2 - 2x)\} dx = - \int_{-\sqrt{a}}^{\sqrt{a}} (x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) dx$$

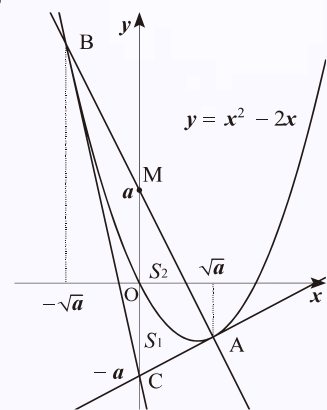
$$= \frac{1}{6} \{ \sqrt{a} - (-\sqrt{a}) \}^3 = \frac{4}{3} a\sqrt{a}$$

$$S_1 = \triangle ABC - S_2 = (\triangle AMC + \triangle BMC) - S_2$$

$$= \frac{1}{2} \{ a - (-a) \} \{ \sqrt{a} - (-\sqrt{a}) \} - S_2 = 2a\sqrt{a} - \frac{4}{3} a\sqrt{a} = \frac{2}{3} a\sqrt{a}$$

よって

$$S_1 : S_2 = 1 : 2$$



では, 恒例の「勝手に! 第8回大学入試問題検定!!」です.

**初級問題**

今年の入試問題の中にも, なかなか愉快的なテーマの問題もあります. 数学が無味乾燥, などおっしゃる方はそのような入試問題をじっくりと読んでみられたらと思います.

さて, 問題です.

「アブラカダブラ (ABRACADABRA)」という語は, 「ごたごたしてわけのわからない言葉」というような意味である. かつては魔法の言葉として人々に信じられてきた時代もあったという.

で始まる問題を出題したのは, どの大学でしょうか?

魔法の言葉を唱えるとわかるかもしれませんね. 現代の魔法の言葉は…「陸の王者〇〇～」アレッ? ちょっと違ったかな??