

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第88回 当てはまります???

「先生、これはどうですか？」

「なんだ、唐突に！」

「この問題なんですけど...

恒等的には0ではない2つの関数 $f(x)$, $g(x)$ が任意の実数 x , y に対して

$$f(x+y)=f(x)g(y)+g(x)f(y), \dots\dots (*)$$

$$g(x+y)=g(x)g(y)-f(x)f(y)$$

が成り立っている。このとき、 $f(x)$, $g(x)$ を求めたい。.....」

「で？」

「 $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$ が当てはまります。三角関数の加法定理から成り立っています。これではいけませんか？」「確かに $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$ とおくと成り立つが、これでいいのかな？」

「そう思います。」

$$\sin(x+y)=\sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y)=\cos x \cos y - \sin x \sin y$$

から、 $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$ とみなすことが出来て、これは必要十分だと思います。」

「ほかにはないかな？」

「えっ、ほかに当てはまるものがあるのですか？」

.....

この(*)を満たすような $f(x)$, $g(x)$ は、ほかにも、例えば

$$f(x)=e^x \cos x, \quad g(x)=e^x \sin x$$

などがあります。

.....

この生徒の問題点は何なのでしょう？

① 論理が正しくない。

もちろん、そうなのですが、論理の勉強をやるだけでは済まないような気がします。

② 言葉があいまいである。

「 $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$ が当てはまり」、 「 $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$ とみなす」

「当てはまる」とか「みなす」とかいう言葉は、ここでは、

(式を)満たす、とか、(式に)代入して成り立つ、とか

という意味に使っている(??)ようですね。

ところが、当の本人は、数学的でない(!?)「当てはまる」や「みなす」を式の成立の必要十分条件という意味でも使っている(というか、そのような論理に無関心?)ようです。言葉づかいがいい加減だと論理もいい加減になるようです。

数学では、適切な言葉を適切に使うことが、大切なことでしょう。あれっ、

「適切な言葉を適切に使う」

なんて、数学以前のお話で、人間社会でのコミュニケーションの基本ですよ。