バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第８７回　漸化式の極限値？？？

生徒の質問に対してどう答えるかは大切なことですが，それと並んで，生徒が何を言っているかを聞き取ることも大切なことです．生徒の質問を聞いていると，「奇妙な言葉」を耳にすることがあります．これを単に言葉の記憶違いとか言い間違いなどの言葉の問題ならまだいいほうですが（間違いを指摘して生徒は覚え直せばいい），数学の理解が間違っていることも少なくありません．

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

「先生，この漸化式について質問していいですか？」
「もちろんいいが，答えるとは限らないよ．」
「そんな意地悪を言わないで答えてください．」
「内容次第だ．で？」
「この漸化式 $a_{n+1}=2a_n+1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$，$a_1=1$ を解くのですが...」
「で？」
「まず，極限値を求める方程式をつくって... $a=2a+1$ ...
これを解くと，$a=-1$ となるので」

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

生徒は，「奇妙な言葉」を使っています．何か言い間違いかな，とも思ったのですが，少し気になり聞き返すと...
「君，『極限値を求める方程式』って一体何だ？」
「先生，『漸化式の極限値を求める方程式』です．そして，漸化式の両辺から a を引くと漸化式が解けると習ったような気が...」
「そんなことを習うはずはない．君の勘違いではないのか？」
「でも，先生．漸化式の両辺の極限値をとると

$$\lim_{n\to\infty}(a_{n+1})=\lim_{n\to\infty}(2a_n+1)$$

極限値を a として $a=2a+1$ となるので，$a=-1$ が得られました．」

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

彼は自分の中で「彼特有の論理の道筋」ができていて，何の齟齬（そご）もない？？？ようなのです．
このような頑固な誤解者には，論理的な破たんを起こしていただく？ことでしょうか．

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

「この漸化式の解は $a_n=2^n-1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$となるようだが，この数列の極限値は存在するかな？」
「ええっと，∞に発散します．でも，そのようなときは $n\to-\infty$ の極限値を考えて -1 となります．」
「$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ だから，$n\to-\infty$ とはできないが．」
「.........」

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

バックナンバーはこちら

一旦，「論理的破たん」のあと，改めて一から考え方を話します．

こうした生徒の「頑固な誤解」を見つける方法は，生徒の話を聞くとき，奇妙な言葉を聞きのがさず，ちょっと変なら「しつこく」，

どう考えているのかを聞きただす

ことでしょう．

数学を学ぶとき，数学的な理解も重要ですが，

数学的な誤解を改める

ことも同じくらい重要ですね．

学校法人河合塾　数学科講師　**大竹真一**