バックナンバーはこちら



## 第８６回　複素数平面は難しい？

方程式の複素数解を複素数平面上で考察する問題はよく見かけます．

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

実数 $a$ が $-\frac{1}{2}<a<\frac{1}{2}$ の範囲の値をとって変化するとき，$x$ に関する方程式

$$x^2-2ax+1=0$$

の解に関する問題で，講義では，

この方程式の判別式について $\frac{D}{4}=a^2-1<0$ となるので，この方程式は互いに共役な２虚解を持つ．これを $\alpha$，$\overline{\alpha}$ と置くと，解と係数の関係により，

$$\alpha\overline{\alpha}=1 \quad すなわち \quad |\alpha|=1$$

よって，

$$\alpha=\cos\theta+i\sin\theta \ \ (-\pi<\theta\leqq\pi)$$

と置くことができる．さらに……………………

のように話したのですが，講義のあとで，あまり数学の得意ではない，ある生徒がやって来ました．

「先生，どうして $\alpha=\cos\theta+i\sin\theta$ と置くのですか？」
「 $|\alpha|=1$だから．」
「思いつきません．」
「思いつくも何も，複素数の絶対値が与えられたのだから，極形式で考えるのは自然だと思うけどね．」
「はあ...でも，こんなの使っていいのですか？」
「？？？」

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

どうやら，彼は，極形式を，絶対値と偏角が与えられたら使えるもののように感じていたようです．

絶対値と偏角が2つの変数であるという認識が希薄

であったといってもいいのかもしれません．

その原因は，「ベクトルの極表示？」あたりにありそうです．

大きさが $r$，$x$ 軸の正の向きとなす角が（左回りを正として）$\theta$ であるベクトル $\vec{v}$ は $\vec{v}=r(\cos\theta,\ \sin\theta)$ と表されることは学びますが，これを極表示とは教えないことになっているようです，極座標は数学Ⅲの範囲ですから，数学Bのベクトルでは教えられないのですね．

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

バックナンバーはこちら

複素数の極形式を説明するときは，数学Ⅱの「平面座標」，数学Bの「ベクトル」，数学Ⅲの「複素数」を

2変数を用いる表し方は，それぞれ2通りずつあって

| | | |
|---|---|---|
| 平面座標では | $(x,\ y)$, | $(r\cos\theta,\ r\sin\theta)$ |
| ベクトルでは | $\vec{v}=(x,\ y)$, | $\vec{v}=r(\cos\theta,\ \sin\theta)$ |
| 複素数では | $z=x+yi$, | $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ |

のように，一気にまとめてみるのはいかがでしょうか.

学校法人河合塾　数学科講師　**大竹真一**