バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第８０回　今年の入試は？

新課程に入って３年目ですが，今年の入試はどのようなことになっているのでしょうか．

（１）東京大学理科の数学の問題が易しくなったといわれています．東大らしい，という特徴的な難問がなく，いずれもほかの大学で出てもおかしくないような問題で，取り扱いにくいというものがありません．計算量もまあ普通？というところです．

最後の第6問は，少しは東大の雰囲気を持っていますが，この問題でも完解はあったようです．

点Ｏを原点とする座標空間内で，一辺の長さが１の正三角形OPQを動かす。また，点A（１，０，０）に対して，$\angle$AOPをθとおく。ただし$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$とする。

（1）点Qが（０，０，１）にあるとき，点Pのx座標がとりうる値の範囲と，θがとりうる値の範囲を求めよ。

（2）点Qが平面$x=0$上を動くとき，辺OPが通過しうる範囲をKとする。Kの体積を求めよ。

（2017　東京大・理科）

（２）京都大学はここ数年の傾向として，小問の無い出題形式をとっていましたが，小問があるものが3問，うち2問は誘導のための小問でした．理系では，全体的にどこかで見たような典型問題が中心でした．では，これから，ヒント付きの問題が増えて易しくなるのでしょうか．

個人的な予測（希望？）ですが，小問形式を解禁したということは，とてもノーヒントでは解けないという範囲を逸脱しているような問題でも，工夫をすれば出題できるということになりかねません．出題の多様性が増える可能性はありますね．

京都大学文系では，整数の難問が出ています．この1問で，今年は難化したという印象を受けます．

大阪大学は，１番は極端に易問，残りはいずれもかなりのレベル，というやりづらさを持っています．慶応大学の理工はやり易くなりましたね．早稲田はちょっと難化気味．

（３）データの分析の問題を２年続けて（選択にはなっていましたが）出題してきた一橋大学は，今年はデータの分析の出題はありませんでした．私立大学でも，小問の形でデータの分析が出題されてきていましたが，今年は，減少気味です．センター試験に出るからいいのでしょうか，それとも．．．

難易度を中心におしゃべりしてしまいましたが，良問もいくつもあります．今回は，概観でしたが，また，良い問題を紹介しますね．

最後に一つ，私の気に入った問題です．

バックナンバーはこちら

n を自然数とする。0 でない複素数からなる集合 M が次の条件 (Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ) を満たしている。
(Ⅰ) 集合 M は n 個の要素からなる。
(Ⅱ) 集合 M の要素 z に対して，$\frac{1}{z}$ と $-z$ はともに集合 M の要素である。
(Ⅲ) 集合 M の要素 z, w に対して，その積 zw は集合 M の要素である。ただし，$z=w$ の場合も含める。
このとき，次の問に答えよ。
(1) 1 および -1 は集合 M の要素であることを示せ。
(2) n は偶数であることを示せ。
(3) $n=4$ のとき，集合 M は一通りに定まることを示し，その要素をすべて求めよ。
(4) $n=6$ のとき，集合 M は一通りに定まることを示し，その要素をすべて求めよ。

(2017　名古屋大学・理系)

では，恒例の「勝手に！第7回大学入試問題検定！！」です.

超初級問題

今年，同志社大学に３項間漸化式

$$a_{n+2}=4a_{n+1}-a_n$$

が出題されていました．次の問題は，ある超有名な国立大学の今年の問題ですが，(2) で得られる漸化式が，

$$a_{n+1}=4a_n+a_{n-1}$$

なのです. なんとそっくり. あっ, 符号が少しちがいますね. 背景を持つ漸化式は, よく出題されるので, おなじ（ような）漸化式が出題されてもおかしくはないのですね．さて，この問題を出した大学をズバリ，あててください.
（ヒントは，確かこの問題は第４問だったかな...）

$p=2+\sqrt{5}$ とおき，自然数 $n=1, 2, 3, \cdots$ に対して

$$a_n=p^n+\left(-\frac{1}{p}\right)^n$$

と定める。以下の問いに答えよ。ただし設問 (1) は結論のみを書けばよい。
(1) a_1, a_2 の値を求めよ。
(2) $n\geqq 2$ とする。積 a_1a_n を，a_{n+1} と a_{n-1} を用いて表せ。
(3) a_n は自然数であることを示せ。
(4) a_{n+1} と a_n の最大公約数を求めよ。

学校法人河合塾　開発研究職　数学科講師　**大竹真一**