バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第７６回　質問の意図不明？

2008年の神戸大学の問題です．平面上において，どの2つも互いに一次独立である3つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ にある条件が与えられたのち，

(1) $(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{a}=0$　　(2) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$

を示すという問題です．この問題を講義したあと，ある生徒がやって来ました．

「先生，(2)で，(1)の両辺を $\vec{a}$ で割ることができないのは，$|\vec{a}|$ でないからですね．」

「へ？」

初め何を言おうとしているのかわからなかったのですが，どうやら，(1)で示した式の $\vec{a}$ が $|\vec{a}|$ であれば両辺を $|\vec{a}|$ で割って(2)が示されるということらしいのです．（まさか $\vec{a}$ で割るというようなことを考えることはないでしょうが．）

「 $\vec{a}$ が $|\vec{a}|$ だったら，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ はどうなるの？　内積･はどうなるの？」

「……」

ここで彼の問題点は何なのでしょうか？

1 内積とスカラーの掛け算を区別しようとしていない．

もちろん内積の計算の仕方を問えば正しく答えるでしょうし，記号も把握していると思います．でも，この問題では内積とスカラーの掛け算を混同しているとしか思えない，つまり，「$\vec{a}$ が $|\vec{a}|$ であれば」ということは内積の計算をするベクトルの一方をスカラーに変えるのですから，内積そのものが意味を持たなくなります．彼は頭の中で，

$$(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\,|\vec{a}|=\vec{0}$$

を考えたのか，

$$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\,|\cdot|\vec{a}|=0$$

を考えたのか，あるいは，

そのようなことに無頓着

だったのか，わかりませんが，この無頓着が一番恐ろしいですね．

まあ，$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\,|=0 \Leftrightarrow \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ ですから，結果は同じなんですが．

2 ベクトルとして考察していない．

もし，(1) $(a+b+c)\cdot a=0$　　(2) $a+b+c=0$ だったとしたら，(1)の式の両辺を $a\,(\neq 0)$ で割るという方針が考えられるのですが，実際はベクトルの式ですから，ベクトルとしての取り扱いを考えるべ

バックナンバーはこちら

き（当然!!）ですね．ベクトル$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$が$\vec{0}$となることを示すなら，
・一次独立な二つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$について　$(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{a}=0$かつ　$(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{b}=0$ならば$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$
・　$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=0$ならば　$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$
などを用いようとするでしょうね．

3 意図不明？

(1)の式の両辺を$a\,(\neq 0)$で割るだけで(2)の式が得られるような問題が入試で問われるとは思えないですね．にもかかわらず，「(1)の両辺を$\vec{a}$で割ることができないのは」というような質問をする意図は何なんでしょう？？　少なくとも，

自分の意図を認識できていない

し説明できないようでした．

このようなことを言ってくる生徒に対し，「ベクトルがまだわかっていないようだから，もっとベクトルの基礎を勉強しなさい」というだけでは，十分なアドバイスにならないような気がします．
例えば，上にあげたような問題点をじっくりと話し合うことが必要でしょうね．

学校法人河合塾　開発研究職　数学科講師　**大竹真一**