

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第71回 2016年の整数の問題は？

前回に引き続き、今年の大学入試での「整数の性質」の分野の出題について見てみましょう。

.....

図形の問題のふりをして、実は約数の総和の問題です。うまいなあと思いました。

正 2016 角形 P がある。頂点が全て P の頂点であるような正多角形は全部で \square 個ある。ただし、頂点の異なる正多角形は異なるものとする。

(2016 早稲田大学・商)

完全数が東京医科歯科大学、浜松医科大学に出ました。偶然でしょうか、いずれも医科大ですね。完全数とは「自然数 n で n の正の約数の和が $2n$ に等しいもの」でしたね。「 a を 2 以上の整数とすると $n = 2^{a-1}(2^a - 1)$ について $2^a - 1$ が素数なら n は完全数」という有名な事実がテーマでした。

整数あるいは正の整数の組 (x, y) を求める不定方程式で、2016 が乱発！

$65x + 31y = 2016$ (2016 福井大学 (教育・国際地域))

$5x^2 + y^2 = 2016$ (2016 慶応大学・看護医療)

$2016x + 401y = 1$ ($0 < x < 401$) (2016 立教大学・理)

$2016x + 2800y = d$ ($|x| + |y|$) が最小 (2016 同志社大学・生命医科学他)

$2016 = 2^{x+y} - 2^x$ (2016 同志社大学・社会)

さらに圧巻は

以下の問いに答えよ。

(1) 2016 と $2^{2016} + 1$ は互いに素であることを証明せよ。

(2) $2^{2016} + 1$ を 2016 で割った余りを求めよ。

(3) $2^{2016}(2^{2016} + 1)(2^{2016} + 2) \cdots (2^{2016} + m)$ が 2016 の倍数となる最小の自然数 m を求めよ。

(2016 九州大学・理 (後期))

なんと、9 個の 2016 たちです。

なぜこのように 2016 が好まれるのでしょうか。もちろん、これが、合成数 $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$ だからですね。ちなみに、来年の 2017 は流行するのでしょうか？少し難しいかもしれません。何しろ、2017 は素数ですから！

次は7進法に関わる問題です。

次の問いに答えよ。

- (i) 7進法で表された2016を10進法で表せ。
- (ii) 10進法で表された6102を7進法で表せ。
- (iii) 7進法で表された2つの数625と345の和を7進法で表せ。

(2016 東北学院大・文系)

7進法を10進法に、あるいは、10進法を7進法に翻訳したり、7進法で和の計算をしたり、ひと通りのことが問われています。(i)では、今年の年号2016にちなんだ問題です。この大学の出題はそれとどまりません。(ii)はそれを逆に並べた6102が出されています。なかなか遊び心のある出題ですね。楽しくなります。で、(iii)は？ 625と345は何にちなんだのでしょうか。昨日からずっと考えているのですが...



では、「勝手に！第8回大学入試問題検定！！」です。

中級問題

今年のある私立大学の入試問題です。

$2^{2016} \cdot 3^{2020}$ は 桁の数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

今年の年号2016を用いた問題はほんとにたくさん出題されていますが、この問題はなんと4年後の2020年にもちなんだ問題です。そうですね、今年がリオ、4年後は東京、なんと、この問題はオリンピック・イヤーにちなんだ問題！でしょうね。

さて、どこの大学の問題か、ズバリ教えてください。こんなに遊び心のあるのは...



前回の、どこか雅な香りのする「実用とは関係なさそうな、美しい等式」は、学習院大学理学部の問題でした。