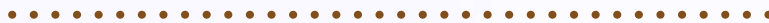


先生方のための徹底入試対策講座

第62回 複素数平面はなぜ難しい？

複素数平面は難しい、とよく耳にします。多くの場合、数学Ⅲの一部として高校三年生で学ぶので、高校生、受験生にとっては、あまり勉強する間もなく、入試に突入！ となるということもあるかもしれませんね。

複素数平面の難しさは、複素数そのものの難しさ、抽象性と多様性にあると思います。微分積分や整数や空間図形も易しくはないのですが、何を言っても実数は「存在感」があります。複素数ではそうはいきません。「虚数って本当にあるのですか？」と質問する生徒すらいますよね。



その難しさですが、具体的には

- 1** 数としての計算ルールが、それまでになじんでいる実数やベクトルと「似ているようで少し違う」。

とくにベクトルの内積と複素数の積は違いますね。（すべて同じではないのに）似ているから却って混乱するのですね。そしてなかなか慣れないのです。

- 2** 複素数平面上で、ベクトルと同じように位置を表したり、和や差がベクトルと同様であったりする。

しかし複素数には共役などの記号もありますね。絶対値に関しても、ベクトルと複素数では異なる？ のです。計算に関しては例えば、

$$(\alpha + \beta)^2 = |\alpha|^2 + 2\alpha\beta + |\beta|^2 \text{ (誤り!)}$$

$$|\alpha + \beta|^2 = |\alpha|^2 + 2\alpha\beta + |\beta|^2 \text{ (誤り!)}$$

のような誤りも多いですね。複素数とベクトルとの混同だと思えます。

- 3** z に $\cos\theta + i\sin\theta$ を掛けることにより点 z を原点の周りに θ だけ回転するという「働き」がある。

これは複素数で初めて出てくる働きですね。さらに、線対称移動なども複素数を用いて複素数平面上で表すことが出来ます。

このような側面があるのでしょうか。

生徒諸君には、このようなことを十分に認識しながら、ベクトルと複素数の、何が同じで何が違うか、実際の計算や証明を通してじっくりと学んでいただくしかないですね。



2015年度の入試問題でも、前回紹介したもの以外にも、複素数平面の範囲の問題は国公立の大学ではいくつか出ています。とくに、上の「難しさ」のうち1に関係するものとして、複素数の集合が東北大・理（後期）、奈良県立医科大（後期）に、「難しさ」2に関係するものとして、筑波大や鹿児島大で複素数平面の円がテーマとなっているもの、が出されています。

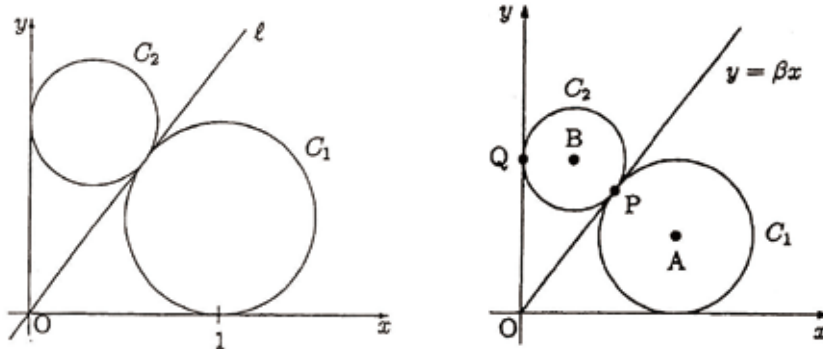


では、前回に引き続き、「勝手に！ 第5回大学入試問題検定！！」です。

中級問題

下の2つの図はいずれも今年の入試問題に与えられました。何故かそっくりですね。左図は、東京大学・文科の出題です。

では、右の図は、どこの大学の出題でしょうか。この図を見たとき、既に東大の問題をみたあとだったので、*déjà vu* かな？ と不思議な気分になりました。驚きです。いくつかの記号を除いて、ほとんど同じ図ですね。この右の図も今年国立大学の出題です。この大学学部をズバリ当ててください。



前回の答は…、図をよく見ると、☆が…、星、ホシ、ほし…、そうです、星薬科大学の入試問題でした。

