バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第５６回　新課程の入試対策は？（３）複素数平面①

また，「複素数平面」が高校のカリキュラムに戻ってきました．60年代の「複素平面」から始まって，ほぼ10年おきに「複素数平面」は出たり入ったり，なぜなんでしょうね．

新課程の入試は，高校で旧課程の教育を受けた受験生と新課程の教育を受けた受験生が入り乱れる(？)ということになりますが，大学発表の「経過措置」の多くは

「新課程・旧課程履修者のどちらでも解答できるように配慮する」

あるいは

「新旧学習指導要領の共通範囲から出題する」

というものです．実際にどのような出題の可能性があるのでしょうか．

1　今年の出題（旧課程）にも，複素数の問題はいくつも見られる

旧課程である今年の出題にも，複素数の問題はいくつも見られます．「複素数と方程式」の範囲の出題ですが，なかには，新課程の複素数平面の範囲かな？と思われるものまであります．

$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ とする．ただし，i は虚数単位である．このとき

$$\frac{(1-\omega)^2}{1+\omega^2}=\square,\quad \left(\frac{1-\omega}{1+\omega}\right)^6=\square\square\square$$

である．

(2014 青山学院大学・理工)

$z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ とするとき，$z^{2014}=\square+\square i$ である．ただし，i は虚数単位である．

(2014　立教大学・理)

これらは，「複素数平面」の分野の，極形式で表したときの偏角，ド・モアブルの定理を用いると容易に解けますね．この ω は首都大学東京，奈良県立医科大学に，－１の虚３乗根についても慶応大学・理工にあります．また，

点 $\mathrm{P}(t,\ s)$ が $s=\sqrt{2}t^2-2t$ を満たしながら xy 平面上を動くときに，点 P を原点を中心として 45° 回転した点 Q の軌跡として得られる曲線を C とする．さらに，曲線 C と x 軸で囲まれた図形を D とする．

(1)　点 $\mathrm{Q}(x,\ y)$ の座標を，t を用いて表せ．

(2)　直線 $y=a$ と曲線 C がただ１つの共有点をもつような定数 a の値を求めよ．

(3)　図形 D を y 軸のまわりに１回転して得られる回転体の体積 V を求めよ．

(2014　東京工業大学)

これは旧課程の問題と思えば，「行列・一次変換」の問題であり，新課程の受験生が見れば，「複素数平面」の問題です．

バックナンバーはこちら

これらが，来年の出題ではなくて今年の旧課程における出題なのですね．つまり，2015年度入試に新旧共通範囲として出題されてもおかしくない内容の問題です．

2 1997 年の入試から

この年も,「新課程」の最初の入試でした．その前年までは,「行列・一次変換」が出題範囲に含まれ，この年から「複素数平面」が出題範囲に含まれました．今年と来年の状況に似ています．参考のためにこの年の問題を見てみます．

一橋大学は選択問題として回転を扱う同じ内容の問題を，一方は旧課程の問題として一次変換の表現で，他方は新課程の問題として複素数平面の表現で，出題しています．あるいは,

> 平面上において，直線 l と，l 上にない点 A をとる．直線 l 上に点 B を線分 AB と直線 l が直交するようにとり，点 B を中心として直線 l を角度 θ だけ回転して得られる直線を m とする．直線 l 上にない点 P をとり，直線 l に関して P と対称な点 Q をとる．また点 A を中心として点 Q を角度 2θ だけ回転して得られる点を R とする．このとき線分 PR の中点 M は直線 m 上にあることを証明せよ．
>
> (1997　大阪大学・理系)

これは難しい問題ですが，先の（2014　東京工業大学）と同様に，旧課程の問題と思えば，「行列・一次変換」の問題であり，新課程の受験生が見れば，「複素数平面」の問題ですね．

3 新課程の（理系の）生徒は「複素数平面」を無視しない！

結局, 出題の仕方次第で,「新旧共通の範囲」ですら, 複素数平面の問題を忍び込ますことも可能です．(可能性は大きくないと思いますが．)

でも, 出題される「可能性が高い, 低い」で「勉強する, 勉強しなくていい」ということにはなりません．受験勉強は大学入試だけが目的ではありません．

受験勉強は，大学に入ってからの，さらに，将来のための勉強

でもあるのです．

せっかく, 複素数平面を勉強することが出来る（ラッキーな）状況にあるなら, 勉強するのがいいし，勉強したいと思うのがいい，と思うのですが．

4 「複素数平面」はなぜ難しい？

複素数平面の難しさは，その抽象性にあるのですが，どのようにとらえるといいのでしょうか．このあたりは，次回に考えることとします．

学校法人河合塾　開発研究職　数学科講師　**大竹真一**