

先生方のための徹底入試対策講座

第50回 2014年の大学入試は？(1)

今年の大学入試も終り、さまざまな数学の問題が出され、また特徴的なものもいろいろありました。



数学の入試問題では、(1), (2), ...と小問に分かれ順に考察を進めて解決するような出題が多くみられます。しかし、小問誘導のない問題を出す大学もあります。

京都大学理系は、6題中6題全部が、小問のない出題、ここ数年この傾向が続いています。文系は5題中3題が小問なしでした。小問の誘導がないと、ヒントなしで自ら方針を決めて解いていかねばならず、問題そのものの難しさをまともに受けなければなりません。

大阪大学理系は5題中3題が小問なし、昨年は5問中4問が小問なしでした。東の方でも、一橋大学は、前期5題中2題が、後期5題中3題が小問のない問題です。

一方、東京大学理類は、6題すべてが2~4問の小問に分かれています。いずれもよくあるテーマで、例年よりもいくらか取りつきやすい感じです。文類も4題すべてが2~3問の小問に分かれています。もっとも、文類の4題中3題までが理類との一部共通か類題なので、また違った意味で厳しかったかもしれません。

東京工業大学もすべて2~3問の小問があり、昨年あった誘導のない問題がなくなりました。かつての東京工業大学の、小問誘導のない短い問題文をご存知の先生方には、その変化の著しさを感じられると思います。

これだけ見ても出題される先生方の要求する学力観が大学により異なるものだなあと感じます。こうしたことも出題傾向というものを醸し出している要因の一つなのでしょうね。



東京大学理類⑥・文類③、名古屋大学理系②・文系③で、線分の通過領域が出題されました。大阪市立大学文系①にも点 (a, b) の存在範囲(本質的に通過領域と同じ考え方)があります。

座標平面の原点を O で表す。

線分 $y = \sqrt{3}x$ ($0 \leq x \leq 2$)上の点 P と、線分 $y = -\sqrt{3}x$ ($-2 \leq x \leq 0$)上の点 Q が、線分 OP と線分 OQ の長さの和が6となるように動く。このとき線分 PQ の通過する領域を D とする。

(1) s を $0 \leq s \leq 2$ をみたす実数とするとき、点 (s, t) が D に入るような t の範囲を求めよ。

(2) D を図示せよ。 (2014 東京大学・理類)

と

実数 t に対して2点 $P(t, t^2)$, $Q(t+1, (t+1)^2)$ を考える。 t が $-1 \leq t \leq 0$ の範囲を動くとき、線分 PQ が通過してできる図形を図示し、その面積を求めよ。

を挙げておきます。かつては、京都大学もよく出していたテーマです。

この問題については、 PQ の方程式を媒介変数を用いて表し、媒介変数が存在する条件を、解の分離を用いて求めるか、 D に含まれる点の x 座標を固定して、 y 座標のとりうる値の範囲を求めるか、大きく二つの方針がありますが、受験生諸君はどのような解法をとったのでしょうか。興味深いですね。ちなみに、この二つを比べて、小問のない方が考えやすいと思うのは私だけでしょうか。

また、正方形を底面とする直方体の断面の平行四辺形についての問題が、東京大学理類①と一橋大学後期④に出されています。底面が正方形ではなく断面も六角形のものが防衛医科大学③に出されました。今年の東京大学理類は他の大学でも出題されるようなポピュラーな問題が多いという印象ですね。



大阪大学の挑戦枠は昨年引き続き難問2題です。さすが「挑戦枠」だなあという問題でした。難問といえば、横浜市立大学医学部の④、確率の分野です。昨年、ライプニッツの公式の証明など難しい問題が多くあった大学ですが、今年はさらにパワーアップの感があります。



新課程の問題としても使えそうなのが、東京工業大学④の、放物線を原点の周りに45°回転したグラフに関する問題。

解答に用いる $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ s \end{pmatrix}$ を $x + yi = (t + si)(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$ に代えれば OK

ですね。過去にも課程の変わり目ではこのような回転の問題が出題されています。



では、例年恒例の、「勝手に！第10回大学入試問題検定！！」です。

初級問題

今年の入試問題です。客観形式の小問の1つです。□の中には一桁の整数が入ります。これがなんと...

u, v を $0 < u < 2, 0 < v$ なる実数とするとき

$$(u - v)^2 + \left(\sqrt{4 - u^2} - \frac{18}{v} \right)^2$$

は

$$u = \sqrt{\square}, v = \square \sqrt{\square}$$

のとき、最小値□□をとる。(ヒント：平面上の2点の距離を考える.)

ヒント付きの問題なのです。どこの大学の何学部の問題か、ズバリ教えてください。