バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第４６回　ルートの計算がわかりません！？

まだ十分に勉強をしていない生徒では，とんでもない，公式の使い方を見ることがあります．

「先生，また変なんです．$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$ ですよね．」

「で？」

「問題を解いていたとき

$$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}=\sqrt{(-3)\cdot(-5)}=\sqrt{15}$$

とすると答がおかしいのです．」

「君はまだそんなことを言っているのか，先日，指数法則について話したじゃあないか．」

「えっ，指数法則ですか？？」

「$a\geqq 0$，$b\geqq 0$ のとき，

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$$

は成り立つのだったね．だが，-3 は負の数だから $\sqrt{-3}=\sqrt{3}i$ となって

$$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\cdot\sqrt{5}i=\sqrt{3\cdot 5}i^2=\sqrt{15}(-1)=-\sqrt{15}$$

となる．」

「すみません基本中の基本でした．」

「だから，$a<0$，$b<0$ なら

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$$

となる．」

「ええっと，

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{-a}i\cdot\sqrt{-b}i=\sqrt{(-a)\cdot(-b)}\cdot i^2=\sqrt{ab}(-1)=-\sqrt{ab}$$

先生，わかりましたけど間違えそうです．」

「それなら，$a<0$，$b<0$ のときは，はじめに，

$$a=-a',\ \ b=-b'\ \ (a'>0,\ \ b'>0)$$

と置きなおしてから，計算を進めれば妙な勘違いは防げるかな．」

「つまり

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{-a'}\cdot\sqrt{-b'}=\sqrt{a'}i\cdot\sqrt{b'}i=\sqrt{a'b'}i^2=\sqrt{a'b'}(-1)=-\sqrt{(-a)\cdot(-b)}=-\sqrt{ab}$$

ということですね．なるほど，明快です．」

バックナンバーはこちら

私たちの日常は，正の数を用いることがほとんどですから，負の数についての計算は思わぬ勘違いをするのはむしろ当然でしょうか．とくに慣れないうちは, 正の数に置き換えるとよいかもしれません．

正の数は，我々の掌の上にある

ということですね．

同じような計算ですが，これも思わぬ勘違い？の多い計算です．

極限を求める計算で，根号のついているものはよくあります．

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-3x+2}{x\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1 \quad \text{（誤り !!!! ）}$$

$x=-t$ と置き換えると，$x \to -\infty$ のとき $t \to \infty$ であり，この極限を考えるときは $t>0$ としてよく，

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-3x+2}{x\sqrt{x^2+1}} = \lim_{t \to \infty} \frac{t^2+3t+2}{-t\sqrt{t^2+1}} = \lim_{t \to \infty} \frac{1+\frac{3}{t}+\frac{2}{t^2}}{-\sqrt{1+\frac{1}{t^2}}} = -1$$

となります．

ちょっとした工夫が計算ミスを防ぐ

こともありますね．

学校法人河合塾　開発研究職　数学科講師　**大竹真一**