

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第40回 今年の国公立大2次試験は？

今年の国公立大の入学試験における2次試験も話題豊富です。

.....

東京大学理科の第1問は

実数 a, b に対し平面上の点 $P_n(x_n, y_n)$ を

$$(x_0, y_0) = (1, 0)$$

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (ax_n - by_n, bx_n + ay_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

により定めます。

この第2式を $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ とみれば行列の問題、 $x_{n+1} + y_{n+1}i = (a + bi)(x_n + y_ni)$ とみれば複

素数の問題。旧課程でも新課程でも使える？問題ですね。課程の改訂なんて関係ないよ、出したい問題はいつでも出せる！ということですね。昨年の一橋大学にもありました。

第5問の命題の証明も難しい良問です。

.....

大阪大学理系の前期試験は[5]を除いてすべて小問がなくなりました。これまで京都大学がこのような傾向でしたが、こちらにも波及したのでしょうか。全体にやややさしくなった印象ですが、誘導抜きですからより難しく感じた受験生もいたことでしょうね。

一方、大阪大学理学部の挑戦枠に「 $3.141 < \pi < 3.142$ の証明」が出題されました。もちろん、誘導つきですが、かつて、誘導なしで

円周率が3.05より大きいことを証明せよ。

(2003 東京大学・理類)

がありましたね。

.....

横浜市立大学の医学部もなかなか大変な問題となりました。[1]は小問集合ですが、そのうちの一つは

(2) n を自然数とする。このとき

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{2n \cdot C_{2k+1}}{2k+2}$$

を求めよ $\boxed{(2)}$.

です。いろいろな計算の仕方がありますが、やさしくありません。[2]では、ライプニッツの公式

$$(uv)^{(n)} = {}_n C_0 u^{(n)} v + {}_n C_1 u^{(n-1)} v' + \dots + {}_n C_k u^{(n-k)} v^{(k)} + \dots + {}_n C_{n-1} u' v^{(n-1)} + {}_n C_n uv^{(n)}$$

の証明が出されています。ボリューム的にも厳しく、難化傾向？



難しいと言えば、名古屋大学理系の[3]。二項係数 ${}_m C_k$ に関する問題で、

$$1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k$$

も登場します。150分4題で1題あたり40分近くありますが、受験生は大変でしょう。でも、深い背景を持った高級な良問です。組み合わせについての難問は流行ってますね。



では、一昨年、昨年に引き続き、「勝手に！第7回大学入試問題検定！！」今年は、いきなり上級問題からです。

上級問題

今年の入試問題です。

不等式

$$1 \leq ||x|-2| + ||y|-2| \leq 3$$

の表す領域を xy 平面上に図示せよ。

(2013 大阪大学・理系)

答の領域は下の左図ですが、これとほぼ同じ領域である下の右図が答となる問題が出題されています。どこの大学の何年度の問題か、ズバリ教えてください。ちなみに、その出題での領域を表す不等式は

$$1 < ||x|-2| + ||y|-2| < 5$$

でした。

