

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第27回 「わかる」ということ

生徒のE君が質問にきました。とても優秀な生徒です。「関数 $f(x)$ が $f(1) = 1$ を満たすとき……」という条件が与えられている問題についての質問です。

.....

「先生、 $f(1) = 1$ があるので因数定理により $f(x) = (x-1)Q(x)$ とおいて解こうとしたのですが、うまくいきません。」

「 $Q(x)$ はどんな関数？ $Q(x) = \frac{f(x)}{x-1}$ かな？」

「えっ…、先生、 $Q(x)$ は多項式ではないのですか。」

「多項式になる理由はあるかな？ $f(x)$ はどんな関数？」

「 $f(x)$ が多項式でないと因数定理は成り立たないのですか。」

「そもそも、因数ってどんな式に対して定義されたのかな。」

「あっ、とてもアホな質問していました。」

.....

因数定理「多項式 $P(x)$ について、 $P(x)$ が $x-a$ で割り切れる $\Leftrightarrow P(a)=0$ 」の $P(x)$ が多項式（整式）であることをE君は認識していなかったのですね。無理もありません。はじめて因数定理を習うとき、2次関数ぐらいしか関数らしい関数を習っていなかったのですから。三角関数や分数関数などを学んだ後なら、この定理は多項式しか使えないのだな、と「意識」しますが、

多項式以外の関数を学ぶ前に因数定理を学ぶ

ものですから、そうした「意識」はとりあえずは不要です。そのとき「多項式？ 何言ってんの？」ぐらいの感じかもしれませんね。

しかし、優秀なE君はすぐに「アホな質問」に気づきます。実はこのときはじめて、因数定理が本当に「わかった」ようです。

.....

文字係数が実数かどうかわからないような2次方程式の解について「判別式」を用いたりする誤答も、これとよく似た状況ですね。はじめて判別式を学ぶとき、虚数が係数の2次方程式なんてまだ見たこともなく「係数が実数のとき、判別式が定義され…」なんて100回聞いても、係数が実数だと「意識」しない生徒のほうが多いかもしれませんね。さらに高度なことを学んで視野が開けたときに、改めて、「意識」することになります。

.....

まず学んで「わかり」、さらに高度なことを学んで視野が開けたときに、改めて「わかる」、こうしてはじめて本当に「わかる」。これは何も数学に限ったことではなくて、日常生活（人生？）の中で幾度も経験することですね。



前回の「勝手に！第3回大学入試問題検定！！」上級問題の答えは①でした。
ちなみに、問題は次のものでした。

次の関数のグラフの概形を解答用紙の座標平面に描け

① $y = 9(|x| \leq 1)$ ② $y = -x^2 + 6|x| + 4$ ($1 \leq |x| \leq 6$) ③ $y = 2^{\frac{|x|}{3}}$ ($|x| \leq 6$)

④ $x^2 + (y - 5)^2 = \frac{1}{4}$ ⑤ $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2}|x|\right) + \frac{9}{2}$ ($2 \leq |x| \leq 4$) ⑥ $|y - 3| = \sqrt{-\frac{|x|}{2} + 1}$

(1986 秋田大・教育学部)

学校法人 河合塾 数学科専任講師 大竹真一