バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第121回　もっと簡単に解けます？

「先生、さっきの問題、もっと簡単に解けます。」
「ふ～ん」

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

話題になっている問題はつぎのものです

次の式が成り立つような定数 a, b の値を求めよ。

$$\lim_{x\to\infty}\left(ax+b-\sqrt{x^2+2x+3}\right)=0$$

「1次の項の係数を比較して $a-1=0$ とできませんか？」
「えっ？1次の項？無理式で表された項があるけど…」
「はい，$ax+b$ の1次の項の係数は a, $\sqrt{x^2+2x+3}$ の1次の項の係数は1，極限値は0だから $a-1=0$ となって，$a=1$ となります．」
「$\sqrt{x^2+2x+3}$ は無理式だから，1次の項という概念はないが....」
「でも，$\sqrt{x^2+2x+3}$ はほとんど1次式だと聞いたことがあります．」
「聞いたことあるって？君はそれで，納得したの？次数とは何だったかな？次数の定義は言えるかな？」
「……」

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

有理化が $ax+b$ と $\sqrt{x^2+2x+3}$ のどちらも2次式にして比較しようというとても気の利いた手段であることに気づいていないのでしょうか.

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

もちろん，級数展開とか1次近似とか1次式で評価するとか，そのようなことなら，どんどん話が進むのですが，本人も「聞いたことがある」程度で疑いもしないという状況なら，文字通りお話になりません．数学に関しては，自分の話す内容に自分が心底納得していることが前提ですね．定義や定理を身に付けずに

感じで数学を考えようとする生徒が増えてきた

ように思います．「直感」とか「ひらめき」とか，定義されていないことを根拠にするのは，数学的でないどころか，すごく格好の悪いことだと思ってもらいたいですね．

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

微分可能な関数 $f(x)$ が $x\to\infty$ のとき，収束することを示すことがテーマの課題を学生に与えたときのレポートのなかで，

バックナンバーはこちら

$\lim_{x\to\infty} f'(x)=0$となるので，$x\to\infty$のとき関数$f(x)$の接線の傾きは水平になっていき，ゆえに$f(x)$は$x\to\infty$のとき定数に収束する．（もちろん，誤り!!!）

これは，気持ちはわかるけど...というところですが...これも，

感じで数学をとらえようとしている

ようです．
コレコレだと直感的に思うのなら，その証明を考えてみる，うまく証明できないようなら反例を考えてみる，というような行動が，数学そのものなのですが．

では，恒例の「勝手に！第11回大学入試問題検定！！」です．

中級問題

今年も，年号に関わる問題が出されています．

条件 $a_1=2$，$a_{n+1}=3a_n\,(n=1,\ 2,\ 3,\cdots)$によって定められる数列$\{a_n\}$の一般項は $a_n=\square$であり，初項から第k項までの和が 2021 を超える最小のkは$\square$である．

2021ですね．

3進法で表された数$12021_{(3)}$ をn進法で表すと$262_{(n)}$ となった．このときのnの値を求めよ．

2021の前に1が...
さてこれらの問題を出題した大学は，ずばり，北海学園大学と福岡大学ですが，それぞれどちらの大学の問題でしょうか．直感とかひらめきでもいい？ですよ．今回は2択ですのでノーヒントです．

前回の答えは、岐阜大でした．

学校法人河合塾　数学科講師　**大竹真一**