

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第114回 ${}_nC_0$ は？ $0!$ は？

数学には公理や定義など、いろいろと決めごとがあります。「～と定める」と偉い人が言ったのだから、これは仕方がない、では納得がいきませんよね。

.....

「先生、教えていただけませんか。なんだか納得がいなくて....」

「納得がいくまで考えなさい。僕は忙しいのだから。」

「先生、冷たいこと言わないで教えて下さい。実は ${}_nC_0$ がよくわからなくて。」

「 ${}_nC_0=1$ と定める。」

「でも、 n 個の異なるものから 0 個取り出す組み合わせで、 0 個取り出すことは何もしないということだから、 0 通りじゃあないのですか？」

「では、 n 個のものから 0 個取り出すとき、残った n 個の選び方は？」

「 1 通りです。だから、 n 個のものから 0 個取り出すのも 1 通りなのですね。」

「このように

${}_nC_0=1$ と定める

と都合がよく、

公式 ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ が $r=0$ でも成り立ち、 ${}_nC_0 = {}_nC_n (=1)$ となる

わけだ。」

「勝手な都合で《定める》のですか。勝手だなあ。」

.....

「先生、同じようなことですがもう一ついいですか。」

「同じようなことなら自分で解決しなさい。」

「先生、ついでにお願いしますよ。 $0!$ ですが。」

「 $0!=1$ と定める。」

「でも、 $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$ だから、 $0!$ は初めの n つまり 0 だけで $0!=0$ ではありませんか？」

「君は 0 が好きだねえ。」

「先生は 1 が好きですね。」

「先程の ${}_nC_0=1$ と同じようなことだと君は言ったね。 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ だから ${}_nC_0$ は...？」

「ええっと、 ${}_nC_0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{1}{0!}$ となって、 ${}_nC_0=1$ から $0!=1$ なら都合がよいですね。」

「このように

$0!=1$ と定める

と都合がよく、例えば

公式 $n! = n \cdot (n-1)!$ が $n=1$ でも成り立つことになる

よね。」

「勝手な都合で《定める》って実は深い考えがあってそのように定めるのですね。納得がいきました。ところで先生、この辺りで勝手な都合でコーヒーが出てきたりしませんか。」

「君の勝手な都合は整合性がないので許されない！」



「～と定める」という場合、その周辺と整合性がある、つまり、なじむ(?)ということが重要です。なんでも好き勝手に定めるわけではないのですね。

学校法人河合塾 数学科講師 **大竹真一**