

先生方のための徹底入試対策講座

第4回 「グラフを描け」は描けばいい？

テスト&講義の授業に、「 xy 平面上の曲線 $x^3 - 3axy + y^3 = 0$ ($a > 0$) の概形を描く」問題がありました。生徒のK君の答案に「この曲線はデカルトの正葉線だから漸近線は $x + y + 1 = 0$ でグラフは次のようになる。…」と述べて正しいグラフが描かれているものがあったのです。

1 どのように採点するのがよいのでしょうか？

何人かの方に話すとことごとく、それはダメじゃないのと言われました。微分法を用いてグラフを描くのが出題意図だ、そんな知識を問うているのではない、グラフを描く過程が書かれていないから、etc. 確かにそうかもしれません。このような出題では

この曲線を描くことにより、曲線の方程式を与えられたときにその曲線を描くことができる
学力があるかどうかを確かめたい

のです。

一方、K君の側からは次のように主張するかもしれません。——これがもし2次曲線で「 xy 平面上の曲線 $x^2 - y^2 = 1$ の概形を描く」問題ならどうですか。「漸近線は $y = \pm x$ でグラフは次のようになる。…」と述べて正しいグラフが描かれているなら満点でしょう！僕の答案のどこがいけないのですか？——と。

でもこの二つのグラフの問題は何か違うなあという気がします。もちろん、双曲線は教科書にあるがデカルトの正葉線は教科書にない、というのはその理由ではありません。なぜなら受験生に教科書にあるかどうかを把握する必要もなければ義務もないからです。

2 納得して書いているかな？

生徒から、答案にこの知識（公式や定理やグラフ）を使っていいですかとか、証明なしに使うと減点されますかとか、質問されることがあります。このようなとき、「僕は君の受ける大学の採点者ではないのでわからない」と答えます。実際に採点にかかわる人々の間にもさまざまな見解があります。「これを使ったら減点される」などと訳知り顔で答える予備校の先生もいます。生徒を安心させる一定の効果はあるのですが、僕にはできません。

ただひとつ言えることがあります。自分がこれでよいのだと納得していること以外は、ダメだということです。十分に理解でき証明もでき自らの掌に乗っていることならば、自然にかつ正しく使えるしどこまで証明すべきかも判断できます（これも試験で試されている表現能力のひとつかもしれません）。

曲線 $x^3 - 3axy + y^3 = 0$ を描くには、適切な媒介変数表示（例えば、 $x = \frac{3at}{1+t^3}$, $y = \frac{3at^2}{1+t^3}$ ）

により増減を調べグラフを描くのが普通（？）ですから（問題にはこのためのヒントもありました）、十分に把握しているなら①僕は媒介変数表示を導けますよ。②微分法によりグラフを描けますよ。ということを主張したくなりますよね。

K君の場合はどうなのでしょう。彼は高校生にしては相当な数学の学力も素養も身につけている生徒です。彼にとっては、十分に納得のうえで書いた答案かもしれません。しかし、入試における採点者はそれを知るすべはありません。したがって、

.....
: リスク回避のために、K君の答案には得点を与えません
:

でした。

3 「この知識を使っていいですか」の質問者に対して...

「この知識を使っていいですか」の質問者は、その内容を十分に納得していないことが多いようです。納得していたらどこまで答案に書けばよいかも判断でき、その対偶は、判断できないのは納得していないからだということです。

とは言っても、まだ準備の少ない生徒には、なかなか難しいことです。そこで、僕はひとつの目安を示します。「答案用紙に大きく余白が残るようなら説明不足かな...」と。

.....
: 解答欄の大きさも、この程度で説明してくださいという出題者からの要請
:

と考えて、答案を書いていると、そのあたりの感覚がわかってくるかもしれませんね。

学校法人 河合塾 数学科専任講師 **大竹真一**

(次回は、「第5回 センター試験の数学～センター数学は数学じゃあない!? (1)～」を予定しています。)