啓林館 高校数学 教育情報誌

啓林館

Focus Gold 通信

フォーカスゴールド

p.2-16 ［特集］

正四面体が繋ぐ数学と化学の合教科型問題の考例

東山中学・高等学校　立光隼也　鶴迫貴司

大学入試共通テスト ～モデル問題例の分析と対策について～

Focus Gold･Focus Σ 代表執筆者　竹内英人

授業実践記録

p.17-20

Focus Goldの実践を通して ～3年間の取り組み事例～

東京都立田園調布高等学校　萩原秀明

大学入試を考える～マーク試験ゆえのウラ技集～

p.21-23

岡山県立岡山朝日高等学校　山川 宏史

vol.14

特集

正四面体が繋ぐ数学と化学の合教科型問題の考例

東山中学・高等学校　立光隼也（化学科）　鶴迫貴司（数学科）

1．はじめに

新課程入試が始まり早くも4年目を迎えました。数学ⅠAⅡBでは，その改編で新たに加わった「データの分析」「整数の性質」分野からの出題も国公立大学の2次試験でも数多く見られ，特に数学Ⅲにおいても「複素数平面」分野からの出題は，他分野と融合しては総合問題としての役割を果たすような内容を含む出題が増えてきたかのように思います。如何に分野ごとで習得した知識や技量を他分野にも応用できる力などは，2020年度以降の入試にも組み込まれることから，普段の学習の中で単科目における総合問題（複合的要素が絡むまたは単独分野では解決できないような問題という意味）に取り組むことは思考力を図れるばかりではなく，考える素地を育む重要な学習になるかと思います。その一例として今年度の入試でも**大阪大学**では複素数と確率という形で出題されました。参考程度に問題のみを掲載しておきます。

> 17’大阪大　理系
> 複素数zは$z^5=1$を満たし，実部と虚部がともに正であるものとする。硬貨を投げて表が出れば1，裏が出れば0とし，5回投げて出た順にa_0，a_1，a_2，a_3，a_4とおく。複素数wを$w=a_0+a_1z+a_2z^2+a_3z^3+a_4z^4$と定める。
> (1)　5回とも表が出たとする。wの値を求めよ。
> (2)　$a_0=a_2=a_3=0$，$a_1=a_4=1$のとき，$|w|<1$であることを示せ。
> (3)　$|w|<1$である確率を求めよ。

さて普段，我々教員が数学の授業をさせて頂く中，数学のカリキュラムが如何に大切であるかを感じるときが多々あります。それは他教科の先生と会話をするときや生徒との何気ない会話のやり取りの中で話題になることが多いのですが，具体的に言うと,生徒は高校初学時から「物理（基礎）」や「化学（基礎）」を並行して学ぶために,「数学」の授業で「三角比」や「ベクトル」を習得する前に,「斜方投射のボールの運動」や「斜面を滑り落ちる物体の運動」などの問題に直面することや,「図形と計量」を学ぶ前に，「化学（基礎）」における原子や分子配列を考える問題，所謂，「結晶格子の問題」「限界半径比」「マラルディの角度」の学びがされるというように，その中では数学の概念や諸定理などを利用することが大前提であるにもかかわらず，それらを「数学」の授業で習得しないまま，他教科でその概念の習得を簡素に行われているということがどうもあるようです。そして数学の教員が授業を進めていく中，数学Bの「ベクトル」の話をすると，生徒は「物理」の授業でベクトルの導入部分のことをすでに習った，または，知っているという話はよく耳にすることの一例です。これらは中高一貫校ではあまり耳にしないことかもしれませんが，高校1年生から，いざ「数学」「物理基礎」「化学基礎」……あらゆる教科が細分化され授業が展開される中，このような不具合が生じているのは現実的な話の1つかもしれません。

一方，上記のようなことは氷山の一角かもしれませんが，どのような科目においても生徒にとって初めて学ぶ概念を習得する際，できる限り教員側（学校として）が心掛けておきたいことは，生徒にとって学びやすい環境を整えておくということは大前提のことです。もしその部分で生徒が躓いてしまって，有機的な学びがうまくされないようでは，躓くポイントが各教科にあるのではなく，学校全体のカリキュラムや持ちコマ数などに存在または起因していることになるので，できる限りこのような不具合を生じさせないことによって，スムーズな教科の枠を越えた学びや橋渡しが成されると，学校全体でより良い形となって他教科とバランスのとれた有機的な学びがされる可能性が極めて高くなるのではないかと思います。

そんな中，他府県でフォーカスゴールド（以下では，FGと表記する）を活用されている数学の先生方と上記のような話をした際に得られた情報の一つですが，「数学」以外の教科で不具合が生じないように諸々のことがFGには掲載されているため，数学の授業で未習得の分野であっても，他教科で活用される数学的な知識は，その一部分を他教科で生徒に取り組ませることによって，他教科でのスムーズな概念の習得や技術の習得に繋がるのではないかとご教示して頂いたことがありました。また「数学」担当以外の先生方からも，FGは生徒が一人で学べるような考え方や解答・解説が多いため，自学自習の教材としても信頼しているとの話を聞いたこともありました。特に，「化学」の「結晶格子の問題」においても切り口（立体の切断面）を考えなければならないことが多いため，切り口の問題が多数掲載されている参考書はFGが圧倒的であるとの見解があり，「数学」で未習得であっても，その部分の問題を観てくるようにとの指示によって，他教科で生じる凹みを軽減できたとの話を伺ったこともありました。数学の教科書を順次進めていくと，他教科で不具合が生じることも，他教科の先生方がFGを活用されることによって，わざわざ他教科の授業で数学の授業を展開しなくて済む（補助プリントを作成する先生も中にはいるようでして，その手間暇が省ける）という事例の1つかと思います。

このような話題を職員室の先生方とした際，東山中学・高等学校で「化学」を担当している立光隼也先生からも同じような見解を頂き，実際にどのようなところでその不具合が生じているかなどもお聴きすることができました。そこで，2020年度以降の大学入試を見据えた際，大学入試も多様化されることが予想され，しかも他教科との連動や融合的複合的な総合問題も出題される可能性もある為，今後，我々教員が生徒に何をもって授業を展開しておかなければならないのかについて，今回，立光先生とともにFGを参考にして，ここ数年の入試問題の中から合教科型の入試問題に対応しているような素材や題材を取り上げて，その大学入試問題から垣間見える有機的な学びの事例についていくつか紹介させて頂きたいと思います。またその中ではFGの新しい利用の仕方などについても検討できればと思います。

では具体的に，今回は化学からの視点で立光先生にも執筆に参画頂き，数学と化学の双方向から，いくつかの問題を取り上げていきます。

2．マラルディの角度

マラルディの角度についての説明を化学担当の立光がします。

・マラルディの角度の説明（啓林館　化学の新体系 P.434）

「マラルディの角度」は化学の世界において大変重要な角度です。イタリア生まれのジャコモ・フィリッポ・マラルディ（1665～1729年）は，日食のコロナが太陽の現象で月の表面の現象でないことなどを示した有名な天文学者です。六角形を成す蜂の巣（ハニカム構造と呼びます）の底が，3枚の菱形からできていることに彼が気付きました（図1）。彼はこの菱形の鈍角を算出したところ109°28’になったことから，この角度は「マラルディの角度」と名付けられました。

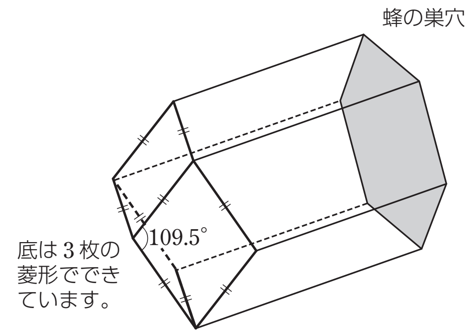


図1．蜂の巣穴の一部

実はこの角度ですが，自然界のいろいろなところに顔を出しています。例えば，正四面体の形のフレームでシャボン膜を作ると，4枚の正三角形のシャボン膜ができると想像する人が多いのです

が，図2のように，実際は正四面体の各頂点から中心（正四面体の各頂点を通る外接球の中心）に向けて引いた直線4本のうちの2本と正四面体の一辺でできる二等辺三角形の膜が6枚できます。この時の中心角も実は109.5°です。

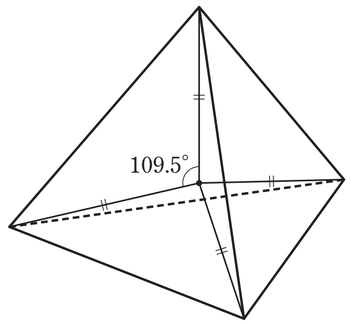


図2．シャボン膜

また，この蜂の巣の底の菱形は図3のように辺の比が **$1:\sqrt{2}$（白銀比）**の長方形の辺の中点を結んで得られる菱形でもあり，この鈍角もマラルディの角度になります。この白銀比は，コピー用紙，雑誌以外にも，面白いところでは**アンパンマン**や**となりのトトロ**などの人気キャラクターの縦と横の長さの比によく用いられているので，身近なところにもマラルディの角度が潜んでいることになります。

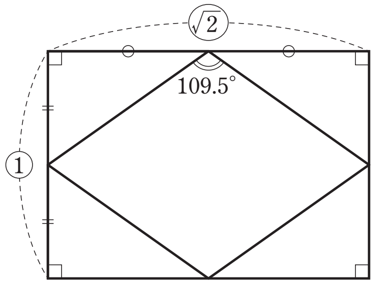


図3．白銀比の長方形に見られるマラルディの角度

さて本題に戻りますが，実はこのマラルディの角度は化学でも重要な数値になります。というのも，図4にあるように，有機化学の世界において最も基本的な物質であるメタン CH_4 の水素－炭素－水素の結合角は，まさにこのマラルディの角度になっています。

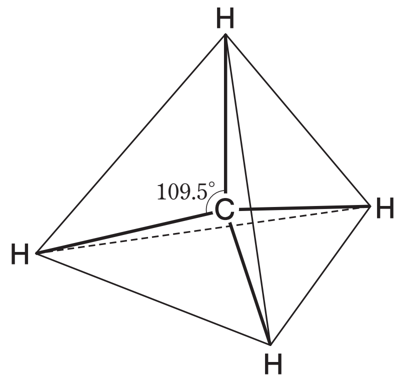


図4．メタン分子の結合角

メタンがこの正四面体になる理由は電子対反発則という理論で説明ができます。炭素原子と水素原子は1個ずつ電子を出し合って共有結合をしていますが，4組の共有電子対は互いに負電荷どうしで反発し合い，できるだけお互いが遠ざかろうとします。そして最も遠い位置で安定に存在するのが**正四面体**構造であり，このときの結合角がマラルディの角度であるということです。

化学の世界では，有機化合物のメタン分子だけでなく無機物質のダイヤモンドの結晶や石英，水晶の基本構造も正四面体になっているので，結合角がマラルディの角度になっています。

ここからは再び鶴迫が担当します。上述のように「化学」特有の説明でしたが，数学的な立場からすると，正四面体に関わる問題はあらゆる問題として出題されています。FGでも何ページかにわたって，正四面体に纏わる重要事項は一通り説明がされていますが，このマラルディの角度に関する話題には触れていません。そこで，FG I A P.238 例題140を参考にし，既存の解答に加え，有名事実として知られる**埋め込み型**の話をしておきます（スマートレクチャーではそのような内容を含む解答も用意しているとのことです）。

FG I A P.238 例題140
1辺の長さが a の正四面体OABCで，辺BCの中点をMとして，$\angle OMA=\theta$ とする。また，頂点Oから平面ABCに下ろした垂線の足をHとする。次の値を求めよ。
(1) $\cos\theta$　(2) OHの長さ
(3) $\triangle ABC$ の面積 S
(4) 正四面体の体積 V
(5) 正四面体の内接球の半径 r
(6) 正四面体の外接球の半径 R

上記のマラルディの角度に繋がるような話では，特にこの問題で言うと(6)に相当するかと思います。そこで，教科書の巻末によく掲載している三角関数表を用いて，正四面体の4つの頂点を通る球（外接球）の中心Iと，各頂点とを結んで得られる二等辺三角形の頂角は約109°になるかを確かめておきます。

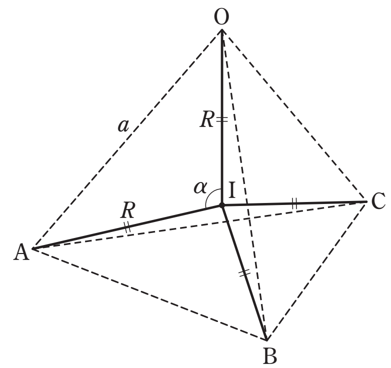
余弦定理から

$$OA^2=IO^2+IA^2-2\cdot IO\cdot IA\cos\alpha$$

$$\cos\alpha=\frac{2R^2-a^2}{2R^2}$$

$$\therefore \cos\alpha=1-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{R}\right)^2 \cdots\cdots①$$

が得られます。



三角比の $\cos\alpha$ から α の大きさを求めるので，まさに a と R の比のみで算出できることがわかります。そこで，よく利用される話と言えば**埋め込み型**の話です。

正四面体や等面四面体と呼ばれる立体は，立方体や直方体から作られるまたは埋め込まれている事実を利用することが多々あるかと思います。具体的には，正四面体の作り方は，立方体の向かい合う1組の平面において，その平面（正方形）の対角線をねじれの位置で1組作ると（図5），残りの4つの線分は必然的に結ばれ，自然と正四面体が立方体の中に埋め込まれることになるかと思います（図6）。

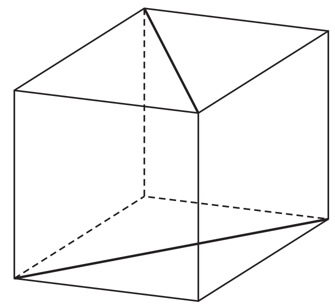


図5

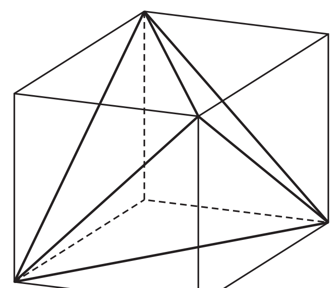


図6

ここで立方体の各面は正方形であることから，その対角線の長さを a とすると，この立方体の1辺の長さは $\frac{a}{\sqrt{2}}$ であることから，この立方体の体積は

$$\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3=\frac{a^3}{2\sqrt{2}}$$

となり，正四面体の体積 V（上記の問題FG I A P.238 例題140 (4)）はこの立方体の体積から4つの三角すいを引くことによって算出することも有名事実の1つかと思います。

$$\begin{aligned}V&=\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3-4\left\{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot\frac{a}{\sqrt{2}}\right\}\\&=\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3\left(1-\frac{2}{3}\right)\\&=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^3}{2\sqrt{2}}\\&=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3\end{aligned}$$

そこで，埋め込み型の話をすると，(6)の外接球（立方体の8個の頂点をすべて通る球）の半径 R は，この立方体の対角線の長さ $\left(\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a\right)$ の半分です。つまり，

$$R=\frac{\sqrt{6}}{4}a$$

が得られます。ということから本題に戻ると，a と R の比とは，まさに

$$\frac{a}{R}=\frac{4}{\sqrt{6}}$$

だから，①にこれを用いると

$$\cos\alpha=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{3}=-\frac{1}{3}<0$$

が得られます。数学ⅠAの三角比の表を用いれば，(1)で得られた値を参考にすると，

$$\cos\theta=\frac{1}{3}=0.3333\cdots$$

より，FG ⅠAの巻末表から，$\cos70^\circ=0.3420$，$\cos71^\circ=0.3256$ だから，

$$70^\circ<\theta<71^\circ$$

が得られ，α は鈍角であるので，

$$180^\circ-71^\circ<\alpha<180^\circ-70^\circ$$

$$\therefore 109^\circ<\alpha<110^\circ$$

として評価できることがわかります。

ところで，上述した図3の話（白銀比）とも関連付けることを考えてみると，正四面体の4つの頂点を通る球（外接球）は，立方体の8個の頂点をすべて通ることになるので，この球の中心Iは立方体の2つの対角線の交点でもあり，この対角線で作る長方形に含まれることを考え，これに注目してみます。この長方形の縦と横の比は，**白銀比**の

$$\frac{a}{\sqrt{2}}:a=1:\sqrt{2}$$

であることに注目すれば，上述してきた角 α は自ずとマラルディの角度であることも理解できます。

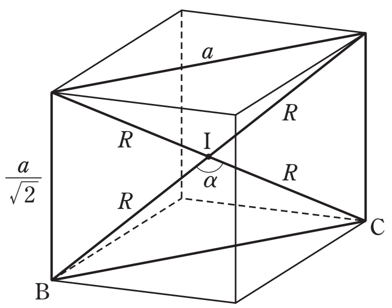


図7

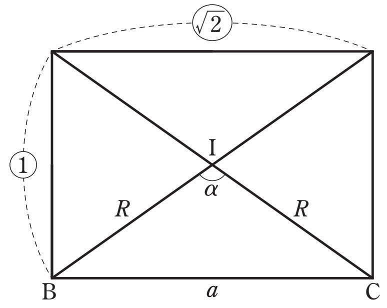


図8

このように，数学という教科からものの見方を少しだけ加工すれば，他教科では有名事実として知られている事項に直結していることも言えるかと思います。上記のことを関連させて有機的な学びとは，図1の菱形は，図3における長方形（白銀比をもつ長方形）の内部に存在する菱形であるということ，そしてこの長方形は，図7にあるように立方体の内部に存在する長方形（立方体の2つの対角線を含む長方形）であるということから，常に与えられた情報からその外側（外部）には，どのような物事（事項）が存在しているのかを明示してくれるものだと言えます。

一方で，上述した a と R は

$$a:R=4:\sqrt{6}=2\sqrt{2}:\sqrt{3}$$

であることからも，図7，図8の三角形IBCは，図3の中にも存在していることになり，Iより辺BCに垂線を下ろしたその足をHとすると，直角三角形IBH，ICHの3辺の比は，

$$IB:BH:IH=\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$$

が得られます。

従って，3辺の長さが3，2，1をもつような三角形は存在しませんが，これらに根号をつけた3辺 $\sqrt{3}$，$\sqrt{2}$，1をもつ三角形は直角三角形であり，それらはマラルディの角度を含蓄していることになり，物質の安定形状の1つとして成り立っていることがわかります。中学校で習得する $\sqrt{3}:2:1$ は有名角と呼ばれているようですが，$\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$ も名前が付けられるほどの有名角であるということも確認できます。

このような上記の事例は他にもありますが，今回は特に数学の各分野で習得する知識や情報が，大学入試の化学では，どのような場面で利用され応用されているのかを，次の講にまとめてみます。

3．数学と化学の合教科型の題材

	化学		化学の（入試）問題	数学での分野や概念	FG参考対応
1	原子の構造	同位体の存在比	09'東京，16'芝浦工	場合の数・確率（数A）	（ⅠA）P.381
2	結合と結晶	分子の形状（電子対反発則）	95'大阪，13'東京 16'東京	図形と計量，平面図形，空間図形（数ⅠA）	（ⅠA）P.596
		結晶格子，限界半径比，充填率，内包フラーレン	14'京都，16'大阪 17'名古屋，九州，東工	図形と計量，平面図形，空間図形（数ⅠA）	（ⅠA）P.238
		イオン結晶のクーロン力と格子エネルギー	格子エネルギーの式の導出	微分・積分（数Ⅲ）	（Ⅲ）P.653
3	希薄溶液の性質	沸点上昇・凝固点降下，浸透圧	沸点上昇・凝固点降下，浸透圧の式の導出	微分・積分（数Ⅲ）	（Ⅲ）P.492
4	気体の性質	実在気体の状態方程式（ファンデルワールスの状態方程式）	13'京都，神戸 17'筑波	極限（数Ⅲ）	（Ⅲ）P.220
5	熱化学	熱化学方程式	15'関西	連立方程式（数Ⅰ）	
6	化学反応式	未定係数法	08'センター	連立方程式（数Ⅰ）	
7	酸と塩基	酸の電離平衡	09'慶應	2次方程式の解の公式	（ⅠA）P.71
		pH	17'千葉，鳥取，東京慈恵会医科	指数・対数関数（数Ⅱ）	（ⅡB）P.316
8	反応速度	反応速度定数（アレニウスの式）	02'京都，16'福岡，17'名古屋，東工	指数・対数関数（数Ⅱ）微分・積分（数Ⅲ）	
		半減期	09'山口，愛媛，関西学院	指数・対数関数（数Ⅱ）微分・積分（数Ⅲ）	（Ⅲ）P.652
		分子の運動エネルギー（マックスウェル－ボルツマンの式）	分布曲線の式	指数・対数関数（数Ⅱ）確率分布（数B）	（ⅡB）P.744
9	有機化学	マラルディの角度	14'京都	図形と計量，平面図形，空間図形（数ⅠA）	（ⅠA）P.238
10	天然高分子	酵素の反応速度（ミカエリス－メンテン式）	10'東京	極限（数Ⅲ）	（Ⅲ）P.220

（ⅠA，ⅡBに対しては4th Edition，Ⅲに対しては3rd Edition）

ご覧の通り数学の諸分野の基本事項を修得することで，化学の問題にも応用されている（数学がある意味一つの道具としての機能をしている）事例がいくつかあることがわかります。

さて，上記のように正四面体に関わる話題に触れたことから，表中の「**2．結合と結晶　結晶格子**」に関する化学の入試問題を1つだけ参考に観ておこうと思います。

> 16’大阪大　理系（化学の新体系 P.96〜P.99）
> 金の結晶構造は，銅や銀と同様の $\boxed{}$ 立方格子で，単位格子の1辺の長さは 4.08×10^{-8}cm である。原子量 Au＝197，アボガドロ定数 $N_A=6.02\times10^{23}$ として，次の問いに答えよ。
> 問1　空欄 $\boxed{}$ にあてはまる適切な語句を答えよ。
> 問2　金原子の半径は何 nm か。
> 問3　金の結晶の密度は何 g/cm^3 か。
> 問4　金 3.86g を延ばして 1.73cm^2 の大きさの金箔を作った。金が結晶構造を保ち，同一平面内で1つの金原子が6つの金原子と接する層を底面として広がったとすると，この金箔は何層の金原子層からできているか。

問1の空欄 $\boxed{}$ に入る語句は**面心**となります。これは知識問題の1つです。化学の先生からすると，問2や問3をきちんと算出した上で，問4に踏み込みたいところだと思います。この面心立方格子というのは，読んで字のごとく，立方体の8個の頂点に1個ずつの原子があり，各面（立方体は正方形6面で構成）の対角線の交点（正方形の中心）に原子が1個ずつ配置されている形状をこのように呼び，原子が最密充填（隙間が最も少ない密な状態。つまり原子は図9のように互いに接している状態）されています。問4を解くためには，層と層の距離 d を求める必要があるので，その距離とはまさに，立方体の対角線の $\frac{1}{3}$ で算出できます（図9と図10参照）。

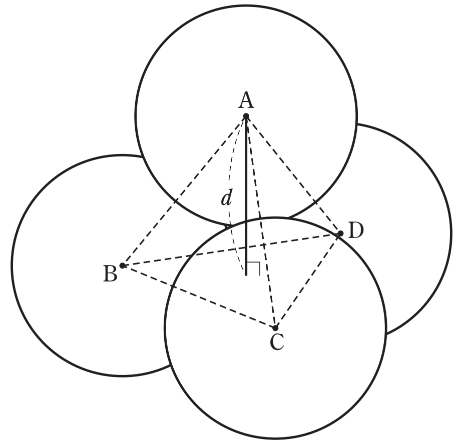


図9．隣接する4個の原子でできる四面体

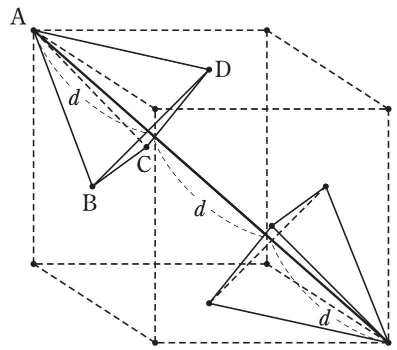


図10．面心立方格子の中における正四面体

このように面心立方格子の内部に正四面体を考えることによって，数学的な観点から化学の問題の一部にも触れることができる事例の1つかと思います。なお，図9の正四面体の高さを直接求めることもできますが，上記で述べたことを活用することによって，複雑な計算を経由しないで算出することができるという事例でもあることもわかります。

さて冒頭でも述べさせて頂きましたように，今後，2020年度以降の入試問題が突発的に大胆に変更されることはないまでも，これまでの入試問題の設定を少し変更した上で，複合的なものの見方や，アプローチを多様に行えるような合教科型の問題は少しずつですが増えるかと思います。そういう意味でも **’逆問題’** と称される問題については，「数学」の授業の中で触れておくべき題材の1つであり，益々その重要性は高まるような気がしています。特に難関大学ではこの類のネタを入試で出題する傾向は否めませんが，**京都大**では今年度も昨年度も正多面体を主軸とする出題がされており，参考程度ではありますが，

> 17’京都大　（理系）
> 四面体 OABC を考える。点 D, E, F, G, H, I は，それぞれ辺 OA，AB，BC，CO，OB，AC 上にあり，頂点ではないとする。このとき，次の問いに答えよ。
> (1)　$\overrightarrow{DG}$ と $\overrightarrow{EF}$ が平行ならば AE：EB＝CF：FB であることを示せ。
> (2)　D，E，F，G，H，I が正八面体の頂点となっているとき，これらの点は OABC の各辺の中点であり，OABC は正四面体であることを示せ。

であり，一方の昨年度はというと，

> 16’京都大　（文系）
> 四面体 OABC が次の条件を満たすならば，それは正四面体であることを示せ。
> 条件：頂点 A，B，C からそれぞれの対面を含む平面に下ろした垂線は対面の**重心**を通る。
> ただし，四面体のある頂点の対面とは，その頂点を除く他の3つの頂点がなす三角形のことをいう。

でした。つまり，京都大では2年連続，正四面体絡みの逆問題であることがわかります。なお2016’入試におきましては，文系と理系とでは若干問題が異なっていました（理系では，上記の条件部分の「**重心**」が「**外心**」として出題されています。文系の問題は FG I A P.627 問題45に掲載）。

このような **’逆問題’** と呼ばれる問題は過去にも多数の大学で出題されていますが，難関大学受験に限らず，比較的，思考力を問える題材として，今後は増えるような気がします。FG においても，そのような問題を取り上げては，逆が成り立つこともありうるということを，数学的な観点を用いて論じることを重視し，その重要性を示唆するものだと言えるでしょう。また授業では，このような問題（逆問題）を通し，思考力，構想力，表現力と言った数学的な論理や観点，そしてその整理を講じておきたいと言えるのではないのでしょうか。

ところで，上記の**京都大**の入試において，条件である「**重心**」を「**内心**」に変更しても，やはり元々の四面体 OABC は正四面体であることも示せますので，ちょっとした設定変更によって，異なるアプローチを見出すことも生徒の力を伸長する1つの要素になるかと思います。つまり，FG に記載されている一部の問題では，過去の入試問題を改題または融合したような問題も多く，少しの設定変更で，どのような数学的な背景や観点が必要であるのかということと，それらによってどのような力を培える（蓄える）のかといったことを重要視している気がします。

さらに補足ですが，正四面体絡みの逆問題は少し遡ると**京都大**では2003’入試でも出題されています。

> 03’京都大　（理系）
> 四面体 OABC は次の2つの条件
> (i)　OA⊥BC，OB⊥AC，OC⊥AB
> (ii)　4つの面の面積がすべて等しい
> を満たしている。このとき，この四面体は正四面体であることを示せ。

4．おわりに

今回は「数学」と「化学」との合教科型に関する資料や問題の提供を行いましたが，これら以外の科目においても，同様な事例がたくさん考えられるかもしれません。普段から「数学」の授業で提供する知識や技術，その応用性などは，これからも他教科において多様な分析を行える素地を提供できることは言うまでもありません。また FG には論証問題もたくさん掲載されていますが，今回は正四面体を主軸にした話ともあり，中々触れることのできなかった「**〜が存在することを示せ**」といった難関大学での出題が多い問題にも着手し

ておきたいところかと思います。

例えば，FG I A では，

P.600　例題 319，P.729　問題 96

のような問題がこれに対応するかと思いますが，生徒にとってはどのような解答作りをしてよいのかさえ不明な場合もあるようです。このような問題こそ，着眼点や表現力，構想力といった，数学を介して培われる素養が身に付くものだと感じます。

今回筆を執らせて頂きましたが，その思いはやはり生徒一人一人が数学的な諸分野や諸概念を積み上げていく際に，できる限り弊害が生じないように，個人（生徒, 教員が個人でやるべきこと）でできること，そして組織的にできることを生徒と話をしたり，他教科の先生方と話をしては，教材研究をはじめとした教材の選定やカリキュラム（シラバス）をより高質なものにしていく一助になればこれほど嬉しいことはありません。

以上，最後までお読み頂きまして誠にありがとうございました。

略歴

立光 隼也　たてみつ としや

大阪府生まれ。37歳。同志社大学工学部物質化学工学科卒業。大阪の私立高校を赴任後，現在は京都の私立東山中学・高等学校で教鞭を執っている。啓林館の化学基礎や化学の問題集の編集にも携わり，多様な観点で大学入試を紐解くよう心掛けている。その為には数学的な観点の重要性を授業で伝えるようにもしている。趣味はサイクリングで，通勤にも愛車を使用している。

e-mail:t_tatemitsu@higashiyama.ed.jp

鶴迫 貴司　つるさこ たかし

大阪府生まれ。39歳。立命館大学理工学部数学物理学科卒業。同大学院修士課程修了。有名進学校を数校赴任し，現在は私立東山中学・高等学校で教壇に立つ。これまでの経験を活かし他府県の教育研究会や高校や大学での講演（講師）を務めるなど，生徒や教員向けのセミナーも行っている。教科書を主軸にした上で自作教材を用い授業実践をし，毎年4月に受験数学 Journal といった入試を題材とした冊子を刊行している。その中では大学受験のみならず数学の面白さや参考書には掲載していない内容を紹介している。

e-mail:t_tsurusako@higashiyama.ed.jp

特集

大学入試共通テスト ～モデル問題例の分析と対策について～

名城大学　竹内英人（Focus Gold・Focus Z 代表執筆者）

【1】問題の概要と特徴

（概要）

今回のモデル問題では，従来のセンター試験に比べ，「思考型」，「活用型」の問題が増加し，生徒の思考力，活用力が試された。また，従来の選択肢問題に加え，記述型の問題が導入され，説明する力，数式・図・表を用いての表現力が問われた。さらには，1 つの問題に対して複数の考え方が求められ，多用で柔軟な思考力も問われた。

問題の題材自体はとくに目新しいものはなく，参考書や問題集で一度は見かけたことのある問題ではあるが，問いかけの方法が従来のセンター試験の問題とは異なるため，初めて経験する生徒にとっては，戸惑う問題であると予想する。

以下，問題別に見ていく。

［モデル問題例 3［1］
（動点による四角形の面積）］

モデル問題例3

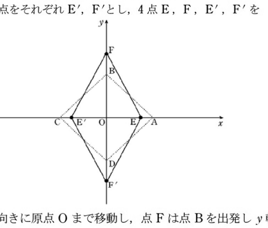
［1］ 下の図のように 座標平面上に 4 点 A(2，0)，B(0，2)，C(−2，0)，D(0，−2) を頂点とする正方形 ABCD がある。

点 E は点 A から出発して x 軸上を移動し，点 F は点 B から出発して y 軸上を移動する。

ただし，2 点 E，F は，つねに BF = 2 AE の関係を満たしながら移動するものとする。

また，E，F の原点 O に関する対称な点をそれぞれ E′，F′とし，4 点 E，F，E′，F′ を頂点とする四角形の面積を S とする。

以下の各問いに答えよ。



(1) 点 E は点 A から出発して x 軸の負の向きに原点 O まで移動し，点 F は点 B を出発し y 軸の正の向きに移動する場合を考える。

ただし，点 E が原点 O と一致する場合は考えないものとする。

（i） 点 E が $\left(\frac{5}{3},\ 0\right)$ にあるとき，$S=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

（ii） S のとり得る値の範囲を不等式を用いて表せ。

解答は，解答欄 $\boxed{\text{(あ)}}$ に記述せよ。

＜正答例＞

〔1〕(1)(ｉ)　$\dfrac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$　$\dfrac{80}{9}$

(ⅱ) あ　〈正答例①〉$0 < S \leqq 9$
〈正答例②〉$S > 0$ かつ $S \leqq 9$

27

大学入試センターの出題のねらいにも書かれているように，従来までのセンター試験の出題方法の多くは，問題文の解決の構想とプロセスが文脈の中に提示され，その文脈（一種の誘導）にしたがって，順を追って解いていく問題が多かった。つまり，前半で具体的な事例や簡単な場合を考えさせ，その考え方を後半の一般的な場合に適用するという流れが多かった。

しかし，今回の新テストにおいては，その問題解決の構想の第一歩を自分自身の力で発見していく力が求められている。本問の例で言えば，従来のセンター試験であれば，「何を変数とみるか」については，問題文で与えられている場合が多かったが，今回は自ら変数を定め，その変数を用いて解決していくという問題であった。

また，問題文が長く(1)～(3)と条件が変わっていくので，問題文の条件を正しく理解し，状況を正しく理解することが重要であり，複数の動点に対して，どの点に注目をし，何を変数にするかによってその後の方針が変わってくる。

モデル問題例3

以下の問いでは，正方形 ABCD の面積を T とする。

(2) 点 E は点 A から出発して x 軸の負の向きに点 C まで移動し，点 F は点 B から出発して y 軸の正の向きに移動する場合を考える。

ただし，点 E が原点 O と一致する場合は考えないものとする。

$S=T$ となるのは，点 E が点 A と一致するとき，および

$$\mathrm{AE}=\boxed{\text{エ}},\ \frac{\boxed{\text{オ}}+\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

のときである。

(3) 次に，2 点 E，F の移動する向きをそれぞれ逆にする。

点 E は点 A から出発して x 軸の正の向きに移動し続け，点 F は点 B から出発して y 軸の負の向きに移動し続ける場合を考える。

ただし，点 F が原点 O と一致する場合は考えないものとする。

このとき，次の ⓪ ～ ③ のうち，正しいものを**すべて**選べ。$\boxed{\text{ケ}}$

⓪ 点 E が点 A と一致する場合を除くと，$S=T$ となるような点 E の x 座標は二つある。
① S が T の 2 倍になるような点 E の x 座標は一つだけある。
② S の最大値は T の 9 倍に等しい。
③ 点 E が点 A と一致する場合以外にも，四角形 EFE′F′ は正方形になることがある。

＜正答例＞

〔1〕(2)　エ　1

$\dfrac{\text{オ}+\sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}$　$\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$

(3)　①，③　(左記の番号を過不足なくマークしているもののみ正解)

さらに，実際に具体例を図示しながら，図形の変化を把握する必要があり，(2)では点 E が OA 上にあるか OC 上にあるかで，「場合分け」をしなくてはならない。

「場合分け」については，従来のセンター試験では，「場合分けの基準」が問題文の中に示されることが多い中，本問では「場合分け」することを自ら気付かなくてはならない。

⑶においても，Fの y 座標の正負によって「場合分け」する必要があり，各場合についてグラフ等を用いて手際よく処理する能力も必要である。さらに本問で単なる求値問題ではなく，SとTの２つの図形の関係について状況把握ができているかどうかが問われ，深い洞察力が求められる。

[モデル問題例３［２]]
三角比と二次方程式の融合問題]

モデル問題例3

〔2〕 t および x を正の実数とする。

AB = 8，AC = t，∠ABC = 60° であるような △ABC が２通り存在する場合の t のとり得る値の範囲について，次の【方針１】または【方針２】で考えることができる。

【方針１】
BC = x とおくと，余弦定理から x についての二次方程式

$$x^2 - \boxed{コ}\,x + \boxed{サシ} - t^{\boxed{ス}} = 0$$

が成り立つから，これが $\boxed{セ}$ をもつような t の値の範囲を求める。

【方針２】
点Bを通り直線ABと60°の角をなす半直線の一方を ℓ とするとき，$\boxed{ソ}$ が ℓ と異なる２点で交わるような t の値の範囲を求める。

次の各問いに答えよ。

(1) 【方針１】の $\boxed{コ}$ ～ $\boxed{ス}$ に当てはまる数を答えよ。

(2) 【方針１】の $\boxed{セ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ 異なる二つの解
① 異なる二つの正の解
② 異なる二つの負の解
③ 正の解と負の解
④ 重解

＜正答例＞
〔2〕(1)　x^2ーコx + サシ − $t^{ス}$　$x^2 - 8x + 64 - t^2$
　(2)　セ　①

29

モデル問題例3

(3) 【方針２】の $\boxed{ソ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ 点Aを中心とし，半径 t の円
① 点Bを中心とし，半径 t の円
② 点Aを中心とし，半径 $\frac{t}{2}$ の円
③ 点Bを中心とし，半径 $\frac{t}{2}$ の円
④ 点Aを中心とし，半径 $\frac{\sqrt{3}}{2}t$ の円
⑤ 点Bを中心とし，半径 $\frac{\sqrt{3}}{2}t$ の円

(4) a および b を正の実数とし，θ を鋭角とする。

AB = a，AC = b，∠ABC = θ である △ABC について，a と θ を一定の値にしたとき，b の値に応じて △ABC が何通り存在するかは異なる。

そのような △ABC が何通り存在するかを，b のとり得る値の範囲によって場合に分けて答えよ。

ただし，△ABC ができない場合は「０通り」と答えよ。

解答は，解答欄 $\boxed{(い)}$ に記述せよ。

＜正答例＞
〔2〕(3)　ソ　⓪
　(4)　い　$0 < b < a\sin\theta$ のとき　0 通り
　　　$b = a\sin\theta$，$b \geqq a$ のとき　1 通り
　　　$a\sin\theta < b < a$ のとき　2 通り

本問は１つの問題に対して，数式で処理していくか，図形的に処理していくかという複合的，融合的な考察力が求められる問題である。
題材としては，「三角形が１つに定まらない条件」として有名な問題ではある（Focus Gold 数学Ⅰ＋Aでの p230 の Column で扱っている）。しかし，その理由を「二次方程式の解の存在条件」に帰着させる方法と作図による方法の２通りの方法で考えさせる設定となっている。この複数の考え方をさせるという出題形式は従来のセンター試験ではあまり見られない流れである。⑷は，前半で考えた２種類の方法のどちらを用いても解くことが出きる問題ではあるが，どちらの場合で考えたほうがより考えやすいかを判断する力が問われる。いずれの考え方においても「場合分け」が必要となり，新テストでは「場合分け」を必要とする問題の出題が極めて高い。

また，本問は「三角比」と「二次方程式の解の配置」の２つの内容が融合されており，新テストではこのような「融合問題」という形式が増えると予想される。とくに図形における条件を数式で表現させる問いはいろいろなバリエーションが考えられるので，今後も増えるであろう。「三角比」は数学Ⅰの分野では唯一の「図形分野」で外せないことを考えると，今後のためにも三角形の成立条件，正弦定理，余弦定理のお互いの同値関係については確認しておく必要があると思われる。

[モデル問題例４［１]]

モデル問題例4

〔1〕 花子さんと太郎さんは，次の記事を読みながら会話をしている。

＝公園整備計画＝　広場の大きさどうする？

○○市の旧県営野球場跡地に整備される県営緑地公園（仮称）の整備内容について，緑地公園計画推進委員会は15日，公園のメイン広場に地元が生んだ武将△△△△の銅像を建てる案を発表した。県民への憩いの場を提供するとともに，観光客の誘致にも力を入れたい考え。

ある委員は，「銅像の設置にあたっては，銅像と台座の高さはどの程度がよいのか，観光客にとって銅像を最も見やすくするためには，メイン広場の広さはどのくらいあればよいのか，などについて，委員の間でも様々な意見があるため，今後，実寸大の模型などを使って検討したい」と話した。

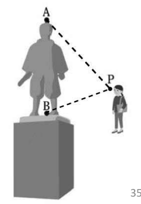

(写真はイメージ)

花子：銅像と台座の高さや，広場の大きさを決めるのも難しそうね。
太郎：でも，近づけば大きく見えて，遠ざかれば小さく見えるというだけでしょ。
花子：写真を撮るとき，像からどのくらいの距離で撮れば，銅像を見込む角を大きくできるかしら。

見込む角とは，右図のように，銅像の上端Aと下端Bと見る人の目の位置Pによってできる∠APBのことである。

二人は，銅像を見込む角について，次の二つのことを仮定して考えることにした。
- 地面は水平であり，直線ABは地面に対して垂直である。
- どの位置からも常に銅像全体は見える。

次の各問いに答えよ。なお，必要に応じて10ページの三角比の表を用いてもよい。



35

モデル問題例4

(1) 銅像の真正面に立ち，銅像の真下から12m離れた位置から，高さ1.5mの台座に乗せた高さ4mの銅像を見る。このとき，目の高さが1.5mの花子さんの銅像を見込む角として最も近いものを，次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。$\boxed{ア}$

⓪ 4°	① 6°	② 8°	③ 10°	④ 12°
⑤ 14°	⑥ 16°	⑦ 18°	⑧ 20°	⑨ 22°

(2) 銅像に近づいたり離れたりすると，見込む角の大きさは変化する。見込む角が最大になるときの，見る人の足元の位置を「ベストスポット」とよぶこととする。この「ベストスポット」について，太郎さんは次のように考えた。

【太郎さんの考え】
3点A，B，Pを通る円の半径を R とすると，ABの長さは常に一定であることから，∠APBが鋭角ならば，∠APBが最大となるのは，R が最小のときである。

(i) ∠APBが鋭角であることを確かめる方法を，△APBの3辺の長さAB，AP，BPについての式を用いて説明せよ。解答は，解答欄 $\boxed{(あ)}$ に記述せよ。

＜正答例＞
〔1〕(1)　ア　⑦
　(2)(i)あ　〈正答例①〉余弦定理を用いて $\cos\angle APB = \dfrac{AP^2 + BP^2 - AB^2}{2AP \cdot BP}$ の値を計算し，それが正の値となることを確かめる。
　〈正答例②〉AB^2 と $AP^2 + BP^2$ の値を計算し，AB^2 の値よりも $AP^2 + BP^2$ の値の方が大きいことを確かめる。
　(注) いずれも，不等式を用いて記述しているものも可とする。

モデル問題例4

(ii) 【太郎さんの考え】が正しいことは，sin∠APB，AB，R を用いたある関係式と，「∠APBが鋭角のとき，∠APBが大きくなるほど sin∠APB の値は大きくなる」ことからわかる。その関係式を答えよ。解答は，解答欄 $\boxed{(い)}$ に記述せよ。

(iii) 二人は【太郎さんの考え】について先生に相談したところ，R が最小になるのは，3点A，B，Pを含む平面上において，3点A，B，Pを通る円と点Pを通り直線ABに垂直な直線が接するときであることを教えてもらった。

この考え方に基づくと，目の高さが1.5mの花子さんが，高さ6.5mの台座の上に乗せた高さ4mの銅像を見る「ベストスポット」となるのは，3点A，B，Pを通る円の半径 R が $\boxed{イ}$ mになるときである。

① $\boxed{イ}$ に当てはまる数を答えよ。

② このときの見込む角として最も近いものを次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。$\boxed{ウ}$

⓪ 11°	① 13°	② 15°	③ 17°	④ 19°
⑤ 21°	⑥ 23°	⑦ 25°	⑧ 27°	⑨ 29°

③ このときの銅像の真下と「ベストスポット」の距離は，およそ $\boxed{エ}$ mである。

$\boxed{エ}$ に当てはまる最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。

⓪ 3.7	① 4.7	② 5.7	③ 6.7	④ 7.7
⑤ 8.7	⑥ 9.7	⑦ 10.7	⑧ 11.7	⑨ 12.7

＜正答例＞
〔1〕(2)(ii)い　〈正答例①〉$\sin\angle APB = \dfrac{AB}{2R}$
　〈正答例②〉$2R = \dfrac{AB}{\sin\angle APB}$
　〈正答例③〉$AB = 2R\sin\angle APB$
(iii)　①　イ　7
　②　ウ　③
　③　エ　③

「日常生活における数学の活用」をテーマとする問題であるが，題材としては問題集などでもよく見られる頻出問題で，過去の大学入試でもたびたび出題されている。(数年前の京都大学(文)でも同じテーマの問題が出題されていた)

問題文が長いので，まずは正しく題意を把握することが大切である。

「銅像を見込む角度が最大となる」場合について考える問題であるが，誘導に従いステップを１つずつ踏みながら考えていけばよいので，難易度はそれほど高くはない。前半は「余弦定理」と「正弦定理」の利用に気付くことができれば問題ない。ただし，単に「余弦定理」，「正弦定理」という定理を知っているというレベルでは何をすればよいのか迷うかもしれない。日ごろから単に定理，公式を丸暗記するのではなく，各公式，定理の導き方やどのような場面で使う知識なのかを意識しながら学習する必要があるだろう。後半は，与えられた条件を図示できれば，中学３年生で習う「三平方の定理」を用いることによって簡単に解決できる。ここでは，「条件を読み取る力」，「図を用いて正しく表現できる力」が求められる。「方べきの定理」，△ABPの面積，「余弦定理」の利用等でも解くことができ，「多用なものの見方」も求められる問題であった。

また，本問では，前半で具体的な場合で考え，後半でその考え方に基づいて一般の場合を解決するという流れになっており，問題文の条件（流れ）にそって，問題解決への道を構築していくという「題材把握力」，「構想力」が求められる。

【2】新テストの特徴（傾向）と求められる力

新テストでは，以下の特徴が考えられる。

① 複数の単元にわたる融合問題

② 単に答えのみを答えさせるのではなく，考え方を述べさせる問題

③ 自ら手を動かし試行・実験をして，規則性・法則性を把握する問題

④ 状況に応じて自ら条件を設定する必要がある問題

⑤ より適切な解法を選択することによって問題解決が容易になる問題

以上の観点から，今回の新テストでは，今までのセンター試験以上に「求められる力」がより明確になったと思われる。

以下，そのいくつかを挙げてみる。

(A) つかむ力：題意把握力

いくつかの条件を含む長文の問題に対し，問題の意味を把握し，何が仮定，条件で，何を求めるか（結論）を正しく判断する力

(B) ためす力：実験・試行力

与えられた問題に対し，まずは具体的な数値や図で，実験・試行を行い，法則性や規則性といった問題解決に至る方向性を見つけ，その具体例から一般的な問題へ適用する力

(C) 設定する力

自分で未知数，変数，座標等を設定し，手際よく処理する力

(D) 場合分けする力

状況を正しく判断し，考えられるすべての場合について漏れなく処理する力

(E) 活用する力

与えられたヒント（誘導）を適切に用いて問題解決していく力。さらには日常生活の問題を数学的にとらえモデル化し，数学の知識，技能を活用する力

(F) 関連付ける力

他分野を関連付ける単元横断的な柔軟な発想力

(D) 表現する力

単に答えを求めるだけでなく，その思考過程を筋道立てて簡潔に表現，記述する力

【3】今後求められる指導のポイント

題材的にはとくに目新しいものは少なく，教科書の内容を中心とした内容で構成されているので，まずは教科書を通して基礎・基本をしっかりと定着させたい。ここでいう「基礎・基本」とは単に教科書の例題，練習問題が解けるというだけではなく，定義，定理の確認，証明，1つ1つの問題のつながりなど，教科書を使って系統的に数学を学んでいく姿勢が大事である。従来のようにひたすら教科書を速いペースで進み，ひたすら多くの問題を解くといった演習中心の授業では，今回のような問題に対応することが難しくなってくると思われる。また，問題演習を行う際に，各問題の「解法パターン」，「解法技術」を教えるだけではなく，数学を学ぶ上で，一番需要である「物事に対して筋道たてて考える姿勢」，言い換えれば「なぜそうなるのか？」といった「考え方」や「思考の方法」について授業を通して身につけさせたい。そのためには，「How？重視の指導」から「Why？重視の指導」への転換が必要であると思われる。

加えて，単に各単元の指導に加え，

・ 仮定（条件）と結論（求めるもの）の区別をはっきりする

・ 数式だけに頼らず，図やグラフをかく

・ 具体的な場合，極端な場合で実験する

・ 逆から考えてみる

といった，すべての分野に共通する「横軸」（1つ1つの単元が「縦軸」とすると）的な発想，思考の方法について日ごろから意識させたい。

現在のセンター試験の問題に比べて長文の問題が多く，「読解力」が必要とされるので，日ごろから問題文を正確に読む指導を心がけたい。

また，センター試験のように結論（答え）だけではなく，「考え方」を問われる問題が数多く出題される可能性が高いので，自分で考えた思考過程をきちんと表現するトレーニングを積みたい。そのためには，生徒同士が自分の考えを表現するグループワークやペアワーク等が有効であろう。さらには，早い時期から記述式の問題に慣れさせ，添削指導などを通じて論理的な答案が書けるようにするのもよいだろう。

【4】感想（所感）

今回は，前回の「スーパームーン」の問題に比べるとインパクトは少ないが，普段の学習の仕方（学び方）が反映される問題となった。全体を通して「考え方」を問われる問題が増え，今後は問題数はある程度絞られ，1問1問じっくり考える問題が出題されるのではないかと予想される。つまり，今までのセンター試験では，短時間に「手際よく処理する能力」が重視されたが，今後は，1つの問題に対して「じっくりと考察できる能力」がより重視されるであろう。これに伴い，数学の学習において「量より質」へのシフトが求められるであろう。教員は今後，普段の授業での発問の内容やテストでの問いかけの方法などを十分に研究する必要性があるだろう。一言でいえば，教師の指導力によって，結果に大きく差が出るテストになると思われる。各学校においては，「主体的・対話的で深い学びを促す授業」とはどのような授業か？ということに対して本気で考え，早急に授業改善を行っていく必要があるだろう。

また，生徒自身の数学を学ぶ姿勢も重要になってくる。1つの問題に対してどれだけ粘り強く考え抜くことができるかといった姿勢こそが，新テストの出来に大きく影響すると思われる。

日々の学習においては，

・ 出来るだけ答えを見ずに自分で考える

・ 分からない問題があっても最低1問20分は考える

・ 具体的に思考・実験する習慣をつける

・ 図をかいて考える

・ いろいろな方法で考える

・ 自分で考えたことをアウトプットする

・ 筋道をたてて説明することを心がける

・ 自分の思考過程をふり返ってみる

といった姿勢で臨むことが，自身の思考力，活用力を高める上で大切となってくる。

最後に，いくつかの問題例を示すので，先生方は，以下の題材でどれだけの授業展開ができるかイメージしながら解いてみて欲しい。

（問題例①）

十の位が同じで一の位の和が10となる2つの2桁の自然数の積について考える。

たとえば，$35\times35=1225$，$46\times44=2024$となる。これについて以下の問いに答えよ。

(1) どのような計算法則か説明せよ。

(2) その計算法則がなぜ成り立つか数学的に説明せよ。

※ ここまでは中学生段階の知識でも解答可能

(3) Aさんは他にも計算方法がないかと，十の位が同じ2桁の自然数同士の積について，次のような計算を行ってみたところ，ある法則性に気がついた。

$19\times16=304$

$23\times25=575$

$34\times37=1258$

$41\times48=1968$

$53\times54=2862$

(i) どのような計算法則か説明せよ。

(ii) その計算法則がなぜ成り立つのか数学的に説明せよ。

(4) Aさんのように自分でも計算法則を1つ発見し，その法則が成り立つ理由を証明せよ。

（問題例②）

次の条件を満たす△ABCを作図せよ。ただし，2通り以上作図できるものはすべて作図し，作図できないものは「作図不可」と示せ。

(1) $BC=1$，$CA=2$，$AB=3$

(2) $A=60^\circ$，$CA=2$，$CB=2$

(3) $A=60^\circ$，$CA=2$，$CB=1.8$

(4)　A$=60^\circ$，CA$=2$，CB$=1.6$

（問題例③）

中心 O，半径 r の円に△ABC が内接しており，2 直線 AB，AC が辺 BC に垂直な直径，またはその延長と交わる点を D，E とする。このとき，積 OD·OE はある一定の値をとる。

(1)　特殊な場合を考えることにより，題意の一定値を予想せよ。

(2)　(1)の予想が正しいことを示せ。

（問題例④）

「$f(x)=x^2-2ax+\dfrac{1}{2}$ とする。$f(x)=0$ が $0<x<3$ の範囲に解を持つための条件を求めよ。」という問題に対し，A 君は次のような解答をした。

（A 君の解）

$0<x<3$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解を持てば良いので，グラフで考えると $f(0)\cdot f(3)<0$ が成り立てば良い。

よって，$f(0)\cdot f(3)=\dfrac{1}{2}\left(-6a+\dfrac{19}{2}\right)<0$

よって，$a>\dfrac{19}{12}$　（答）

（問）

A 君の解答の誤りを指摘し，正しい解答を示せ。

【5】終わりに

いよいよ新テストへのカウントダウンが始まりました。今まであまり関心のなかった先生も今回のサンプル問題を見て，少しは意識が高まったのではないかと思います。そこで，想像してみてください。

「今の自分の授業で果たして生徒はこの問題が解けるだろうか？」

「とくに問題はない」と思えたなら，自信をもってこれまで通りの授業を続けてください。しかし，ちょっとでも不安を感じた先生は，ここがチャンスです。新学習指導要領や新テストに向けてもう一度，自分の授業をふり返ってみましょう。今回の新テストは，私たち教員の「ブラッシュアップ」のよい機会だと思います。ぜひ，前向きにとらえ授業力向上のきっかけの 1 つにしてください。

そして，「Focus Gold」はそうした先生や生徒の味方です。今回の改訂版「4th Edition」は，

- 丁寧な説明
- 豊富な別解
- 意欲を高める様々なコラム
- 思考力を高める問題の充実

といった新テストにも対応できるようになっています。

また，今回の新テストにおいては，「スマートレクチャー」でも丁寧な解説動画を作成しましたので，それもあわせてご覧いただけると指導の参考になると思います。「Focus Gold」はこうした最新の入試の動向にもいち早く対応し，生徒さんの数学力向上，先生方の指導の手助けとなれるように，今後もバージョンアップしていきますので，今後ともよろしくお願いします。

出典

「大学入学共通テスト（仮称）」

記述式問題のモデル問題例　平成 29 年 5 月

授業実践記録

Focus Gold の実践を通して ～3年間の取り組み事例～

東京都立田園調布高等学校　荻原 秀明

1．本校について

本校は，多摩川の下流，河岸段丘の上に立つ，都立高校です。昭和 25 年に，東京都大田高等学校として開校し，今年創立 68 年を迎えました。この辺りには亀甲山古墳と宝莱山古墳の 2 つの大型前方後円墳があり，多摩川台古墳群があります。昭和 62 年に，校舎改築に伴う埋蔵文化財発掘調査があり，グランドから点在する古墳が出土しています。学校の周辺は，小学校，中学校と閑静な住宅に囲まれ，本校はその中に位置しています。総学級数 18 学級と都立高校全日制普通科としては，けっして大きくない規模です。

本校は全日制普通科で，中堅校として都民に支持されています。アドバンストクラスを 1 学年と 2 学年に各 1 クラス置いています。大学進学を 95％の生徒が希望し，大学入試センター試験は，85％の生徒が出願しています。昨年度（28 年度）入試では，国公立 6 名，早慶上智 14 名 GMARCH 70 名（現役生延べ人数）となっています。近年実績が伸びる傾向にあります。文理の比率は 2：1 となります。

教育課程は，1 年生：数学 I（3 単位）数学 A（2 単位），2 年生：数学 II（4 単位）数学 B（文系 2 単位）(理系 3 単位)。3 年生：数学 I A 演習・数学 II B 演習・数学 B・数学 III があり，数学 III は毎年 50 名程の生徒が受講しています。

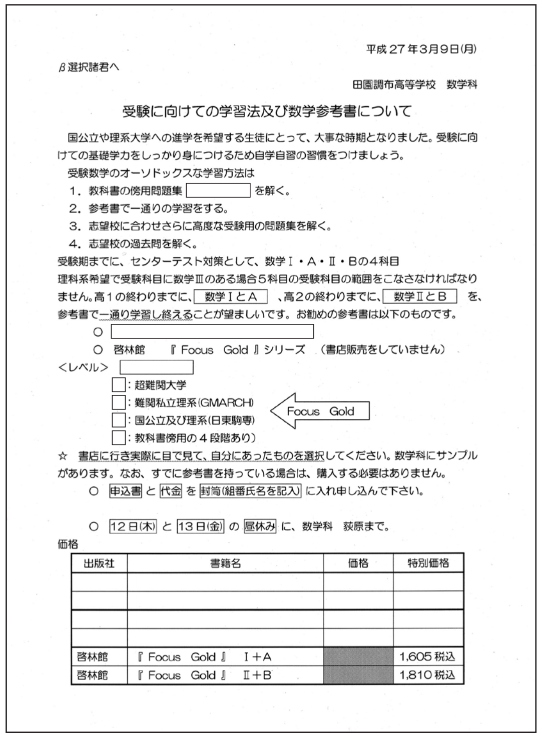
2．数学科の指導の変遷

本校では，教科書中心に「授業」を進め，傍用問題集は，授業で扱い，宿題などの課題としています。数学 I，数学 II は 2 クラス 3 展開で習熟度授業を行っています。指導方法は，毎年試行錯誤をしながらより良いものを探しています。

<3 年前以前の方針>

課題については，試験範囲に従って傍用問題集の問題番号を示し試験終了後に提出を課しています。休業期間は，オリジナルの問題集や傍用問題集を宿題にしています。

特に，理系の生徒には，お知らせを配り勉強方法の指導をしています。



平成 27 年 3 月 9 日(月)

β 選択諸君へ

田園調布高等学校　数学科

受験に向けての学習法及び数学参考書について

国公立や理系大学への進学を希望する生徒にとって、大事な時期となりました。受験に向けての基礎学力をしっかり身につけるため自学自習の習慣をつけましょう。

受験数学のオーソドックスな学習方法は

1．教科書の傍用問題集 ［　　　］ を解く。
2．参考書で一通りの学習をする。
3．志望校に合わせさらに高度な受験用の問題集を解く。
4．志望校の過去問を解く。

受験期までに、センターテスト対策として、数学 I・A・II・B の 4 科目

理科系希望で受験科目に数学 III のある場合 5 科目の受験科目の範囲をこなさなければなりません。高 1 の終わりまでに、［数学 I と A］、高 2 の終わりまでに、［数学 II と B］ を、参考書で一通り学習し終えることが望ましいです。お勧めの参考書は以下のものです。

○ ［　　　　　　］

○ 啓林館　『Focus　Gold』シリーズ　（書店販売をしていません）

<レベル> ［　　　］

□：超難関大学
□：難関私立理系(GMARCH)
□：国公立及び理系(日東駒専)
□：教科書傍用の 4 段階あり)

Focus　Gold

☆　書店に行き実際に目で見て、自分にあったものを選択してください。数学科にサンプルがあります。なお、すでに参考書を持っている場合は、購入する必要はありません。

○ ［申込書］ と ［代金］ を ［封筒(組番氏名を記入)］ に入れ申し込んで下さい。

○ ［12 日(木)］ と ［13 日(金)］ の ［昼休み］ に、数学科　荻原まで。

価格

出版社	書籍名	価格	特別価格
啓林館	『Focus　Gold』　I＋A		1,605 税込
啓林館	『Focus　Gold』　II＋B		1,810 税込

『理系大学への進学を希望する生徒にとって，大事な時期となりました。受験に向けての基礎学力をしっかり身につけるため自学自習の習慣をつ

けましょう。受験数学のオーソドックスな学習方法は
① 教科書の傍用問題集を解く。
② 参考書で一通りの学習をする。
③ 志望校に合わせさらに高度な受験用の問題集を解く。
④ 志望校の過去問を解く。

この内容を，受験期までに，数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・Bの5科目分こなさなければなりません。高校1年生の終わりまでに数学ⅠとA，高校2年生の終わりまでに，数学ⅡとBを参考書で一通り学習し終えることが望ましいと思います。』との内容です。参考書は，目標に合わせて，自由に選択できるようにしています。専用ノートを作り取り組み始めます。友達と競い合うように勉強し参考書2周を終える者が居る反面，授業の勉強・部活動・委員会や行事の準備があり指定された期日までやりきれないのも現実です。少なくとも，3年生の早時期までに終えるよう指導しています。

<3年前の方針>

1年生は，フォーカス ゴールド 数学Ⅰ＋Aを副教材として全員に持たせました。教科書の節末問題や章末問題，傍用問題の応用レベルの問題を解くときの「辞書」として使わせました。特に，課題として提出は指示しませんでしたが，定期考査の範囲に入れ自主的に解くことを目標にしました。また，数学の不得意な者には「帰れま10」と題して，学期に4〜6回，小テストを実施し，合格するまで何回も追試を行う方法を取りました。成績層の底のレベルが上がる事を期待しました。

2年生は，例年通り，理系の生徒にお知らせを配り指導をしています。数学B選択者には，2年生の始業式まで，自分の持っている参考書を一通り勉強したノートの提出を課題としました。

今年度も各学年，考査ごとの課題として，傍用問題集の提出を指示しています。

数学Ⅰ・数学Aの学習について

2015年4月13日
田園調布高等学校 数学科

数学の授業で最も大切なことは、「自分の頭で考える」ことだと思います。計算ができる・答えがあっているということよりも、どうしてなんだろう・・・、どういうことなんだろう・・・と常に考え、自分で納得することが重要です。この点を忘れずに、しっかり授業に取り組んでいきましょう。

1．教材　教科書は、＿＿＿＿
問題集は、＿＿＿＿
参考書は、（啓林館） フォーカスゴールド 数学Ⅰ＋A

2．クラス編成
数学Ⅰでは、習熟度に応じたクラス編成を行います。最初は、入学直後の課題テストの結果を基にレベル別でクラスを分けます。その後、各考査の成績を基に各学期ごとに再編成します。
数学Aは習熟度クラス編成は行いません。

3．テスト
定期考査　1学期中間、1学期期末、2学期中間、2学期期末、学年末の5回
課題テスト　夏休み明け、冬休み明けの2回
帰れま10　いわゆる小テストですが、合格するまで何回も追試を行います。
学期に4〜6回実施します。
他に、東京都学力調査や各種模擬試験もあります。

4．副教材の使い方
予習よりも復習が大事です！
その日の授業でわからなかったところは、その日のうちに解決しましょう。また、練習問題を反復して学習することで、理解が深まります。**定期考査ごとに、問題集＿＿＿＿の指定された範囲をノートに解答し、提出します。**
注意：問題番号は赤で書き、問題番号順に解くこと。
結果だけでなく、途中式や考え方も必ず書くこと。
自分で解けないときには、解答編の答えを省略せずに丁寧に写して考えること。
数学Ⅰ、数学Aは別々の科目なので、提出のノートも別々に2冊用意すること。
参考書のフォーカスゴールドにも取り組んでください。提出はしませんが、試験範囲に含まれます。

5．成績評価
定期考査の得点・提出物・課題テスト・授業への取り組みを総合的に評価します。
1学期、2学期は10段階評価、学年末は5段階評定です。

教室掲示　数学Ⅰ 学年末考査について　2016年2月12日 田園調布高等学校・数学科

☆ 傍用問題集
ABCD組　268〜338番
EF組　268〜330番
提出は考査当日の12:30まで。
クラスの係が番号順に集めて数学準備室に持ってきてください。

☆ 期末テスト出題範囲
教科書　116〜143ページ
フォーカスゴールド（例題番号）
119〜131、136〜138
計算問題（以下の計算を各1問ずつ）
分母の有理化　2重根号をはずす　平方完成
2次方程式　2次不等式

<昨年の方針>

1年生には全員にフォーカスゴールド 数学Ⅰ＋A，2年生は，数学Bを選択した者のみフォーカスゴールド数学Ⅱ＋Bを副教材としました。

1年生では前年と指導方法を変え，週末課題としました。より効果を求め，取組表を配布し週末に，最低21問までいける者は35問取り組ませました。また，「1日 最低1時間目標！フォーカスゴールド1日3題30分＋予習復習30分」など，取り組む問題数を増やすことが出来る仕組み，チャレンジできる仕組みを取り入れました。夏休みは，計画的に勉強することが難しいのですが，勉強の自由度を持たせるとともに，習慣づけとして，日付にあわせた課題一覧表を配布し取り組みを指示しました。

H28．1年生数学夏休み　数学Ⅰ　課題一覧

汗をかいただけ，大きな実となる！ 逃げない，めげない，あきらめない！
「1度に全部」ではなく，日々の学習の積み重ねが肝要。数学 1日 最低2時間目標！

夏休み課題：FOCUS GOLDの下記の問題番号を演習ノートに解き，このシートを演習ノートに折りたたんで貼る。（数学Ⅰと数学Aは別々のノートにすること）
ノートの表紙には，「数学Ⅰ」「クラス・番号・名前」を記入すること。　提出日は下記参照

注意：国公立大学，難関私立理系を目指す生徒は，挑戦ゾーンの例題＋StepUp問題もすべて解くこと

月日	曜	例題	練習（ここまでは絶対やる！）	挑戦ゾーン！例題	巻末StepUp問題	備考
第0週		さあ，夏休みです。はりきっていこう！ この夏で出来ることを増やそう！ 出来ないことを減らそう！				
7月21日	木	1 2 3	1 2 3		42ページ s1 s2 s3 s4 s5 s6	
7月22日	金	4 5 6	4 5 6			
7月23日	土	7 8 9	7 8 9			
第1週		「無駄」あっという間に時間は経ってしまう！				
7月24日	日	予備日（終わらなかった部分を片づける！）				
7月25日	月	10 11 12	10 11 12		58ページ s7 s8 s9 s10 s11 s12 s13	
7月26日	火	13 14 15	13 14 15			
7月27日	水	16 18 19	16 18 19	17		
7月28日	木	20 21 22	20 21 22			
7月29日	金	23 24 25	23 24 25			
7月30日	土	26 27	26 27			
第2週		後悔ばかりの人生は嫌！				
7月31日	日	予備日				
8月1日	月	28 29 30	28 29 30		70ページ s14 s15 s16 s17 s18 s19	
8月2日	火	31 32	31 32	33		
8月3日	水	34 35	34 35			
8月4日	木	36 37	36 37			
8月5日	金	56 57 58	56 57 58			
8月6日	土	59 60 61	59 60 61			
第3週		だらけやすい時期です。しっかりね！				
8月7日	日	予備日				
8月8日	月	62 63	62 63			
8月9日	火	64 65	64 65			
8月10日	水	66 67	66 67			
8月11日	木	68 70	68 70			
8月12日	金	71 72	71 72			
8月13日	土	73 74	73 74			
第4週		お盆は家族の行事もある。それでもやる！				
8月14日	日	予備日				
8月15日	月	75 76	75 76			
8月16日	火	77 78	77 78			
8月17日	水	79 80	79 80			
8月18日	木	81	81			
8月19日	金	82	82			
8月20日	土	83	83			
第5週		明日から課題テスト対策！各セルには自分で問題番号を書き込み2まわり目の演…				
8月21日	日	予備日				
8月22日	月					
8月23日	火					
8月24日	水					
8月25日	木					
8月26日	金					
8月27日	土					
8月28日	日					
8月29日	月					
8月30日	火					
8月31日	水					
9月1日	木	始業式　課題テスト前日				
9月2日	金	課題テスト（獲得した点数がそのまま成績に反映されます）				

※解いた後に、問題番号のセルをマーカーで塗りつぶす。
自力で解けた（＾＾）v ・・・青
解説を見て理解できた・・・黄
読んでもわからない ・・・赤

H28．1年生数学夏休み　数学A　課題一覧

汗をかいただけ，大きな実となる！ 逃げない，めげない，あきらめない！
「1度に全部」ではなく，日々の学習の積み重ねが肝要。数学 1日 最低2時間目標！

夏休み課題：FOCUS GOLDの下記の問題番号を演習ノートに解き，このシートを演習ノートに折りたたんで貼る。（数学Ⅰと数学Aは別々のノートにすること）
ノートの表紙には，「数学A」「クラス・番号・名前」を記入すること。　提出日は下記参照

注意：国公立大学，難関私立理系を目指す生徒は，挑戦ゾーンの例題＋StepUp問題もすべて解くこと

月日	曜	例題	練習（ここまでは絶対やる！）	挑戦ゾーン！例題	巻末StepUp問題	備考
第0週		さあ，夏休みです。はりきっていこう！				
7月21日	木	48 49	48 49		103ページ s1 s2 s3 s4 s5 s6 s7 s8	
7月22日	金	50 51	50 51			
7月23日	土	52 53	52 53			
第1週		「無駄」あっという間に時間は経ってしまう！				
7月24日	日	予備日（終わらなかった部分を片づける！）				
7月25日	月	54 55	54 55		309ページ s1 s2 s3 s4 s5 s6 s7	
7月26日	火	166 167	166 167			
7月27日	水	168 169	168 169			
7月28日	木	170 171	170 171			
7月29日	金	172	172	173		
7月30日	土	174 175	174 175			
第2週		後悔ばかりの人生は嫌！				
7月31日	日	予備日				
8月1日	月	176 177	176 177		323ページ s8 s9 s10 s11 s12 s13 s14 s15 s16 s17	
8月2日	火	180	180	178		
8月3日	水	181	181	179		
8月4日	木	182	182			
8月5日	金	183	183			
8月6日	土	184	184			
第3週		だらけやすい時期です。しっかりね！				
8月7日	日	予備日				
				185	345ページ s18 s19 s20 s21 s22 s23 s24 s25 s26 s27 s28 s29 s30 s31 s32 s33 s34 s35	
				188		
				190		
				194		
				195		
				196		
		予備日				
				201	383ページ s1 s2 s3 s4 s5 s6 s7 s8 s9 s10 s11 s12 s13	
				202		
				205		
				207		
				209		
				212 214		
		…を書き込み2まわり目の演習をしてください。1回目、黄色・赤色マークを重点的に！				
		予備日				
					指名補習追試8:40〜（赤点の運命）	
					指名補習追試8:40〜（赤点の運命）	
					指名補習追試8:40〜（赤点の運命）	
		…ま成績に反映されます）				

課題テストは，参考書の指定された例題・練習問題とする。
提出日：数学Aの演習ノートは9月2日に数学係が集めてHR終了後20分以内に数学準備室に提出する。
数学Ⅰの演習ノートは、2学期最初の数学Ⅰの授業で担当者に提出（新しい習熟度クラスになります）

67期　数学冬休み　数学Ⅰ（数学A）　課題一覧

数学の力（もしくは、定期考査で点数をとる力）をつけるには、
「1度に全部」方式では、力がつかないことはさすがに学習してるよね？（解答を写すだけで力になる？？）
「日々の積み重ね」方式の勉強方法にしないと、入試はもちろんのこと、今後の数学の授業についていけません。2年生になると、1回の定期考査で進む範囲（数学Ⅱは4単位＋数学B）が1年生のときよりも拡大するから定期考査でも点数取れなくなりますよ！！

冬休み課題：数学Ⅰは、**FOCUS GOLD**の下記の問題番号を演習ノートに解き、このシートを演習ノートに折りたたんで貼る。（数学Aは、別冊の問題集が課題になります。）
ノートの表紙には、「数学Ⅰ」「クラス・番号・名前」を記入すること。
提出日は下記参照

注意：国公立大学、難関私立理系を目指す生徒は、挑戦ゾーンの例題やStepUp問題もすべて解くこと

		例題				練習（ここまでは絶対やる！）				挑戦ゾーン！例題		備考
第0週		さあ，冬休みです。でも休んでいる場合ではない！！早めに始めた方が良いのでは？										
12月22日	木	119	121			119	121					
12月23日	金	122	123			122	123			124		
12月24日	土	125	126			125	126					
第1週		毎日コツコツ勉強しよう！！貯金と同じ。コツコツ力を貯めていく。お家のお手伝いもすること！										
12月25日	日	予備日（終わらなかった部分を片づける！）										
12月26日	月	127	128			127	128					
12月27日	火	129				129				130	131	
12月28日	水	136	137			136	137			132	133	
12月29日	木	138				138				134	135	
12月30日	金	139	140			139	140			141		
12月31日	土											
第2週		お正月は家族の行事もある。それでもやる！お年玉を力に変えて！！										
1月1日	日	予備日										
1月2日	月	142	143			142	143					
1月3日	火	144	145			144	145			147		
1月4日	水	146				146				150	151	
1月5日	木	148	149			148	149			153		
1月6日	金	152	154			152	154			155	156	
1月7日	土											
第3週		もうすぐ3学期！課題テストはすぐそこまで迫っている！！										
1月8日	日	課	題	テ	ス	ト	に	向	け			
1月9日	月	て	勉	強	し	よ	う	！	！			
1月10日	火	始業式　課題テスト前日										
1月11日	水	課題テスト（獲得した点数がそのまま成績に反映されます）										

※解いた後に、問題番号のセルをマーカーで塗りつぶす。
自力で解けた（＾＾）v ・・・青
解説を見て理解できた・・・黄
読んでもわからない ・・・赤

課題テスト：課題の範囲から同レベルの問題を出題する。
課題提出日：数学Ⅰ・Aともに課題は1月11日（水）に数学係が集めて16：00までに数学準備室に提出する。

自分の進路目標に合わせて，2つのゾーンを設定しチャレンジできるように工夫，①「例題」「練習（ここまでは絶対やる！）」②「挑戦ゾーン！例題＋基礎力があるか力試しStepUp問題」としました。

2年生は，数学B選択者に，夏休みの課題，冬休みの課題としてフォーカスゴールド数学Ⅱ＋Bを使い自主的な学習を指示しました。

また，各学年考査ごとの課題として，傍用問題集の提出を指示しています。

<今年の方針>

1年生は，フォーカスゴールドノートを使用し，週末課題としています。数学Ⅰ編と数学A編を使い，それぞれ毎週4問取り組ませています。授業の進度より早い時もありますが予習効果を求めています。フォーカスゴールドには，問題の「紐解き」が多く掲載されているので家庭学習に向いているようです。

2年生は，前年度より自由度を上げ，自分で計画的に勉強できる仕組みを与えました。週末課題として傍用問題集とフォーカスゴールドの双方自分で選択して学習することです。実際，取り組み状況は，考査近くになると傍用問題集の選択が増える傾向にあります。日々の問題数は指定されていますので計画を立てるきっかけとなっています。

数学Ⅲ選択者には，傍用問題集とフォーカスゴールドⅢを活用するように指導しています。進度がかなり速いので，双方こなすことが大変な者も居ますがフォーカス ゴールドの問題の解説が詳しく，学習効果は期待されます。

3．フォーカス ゴールド を活用して

1年生では自分が理系か文系か判断つかない生徒が多く存在します。数学は，問題を解く「紐解き」が大切であり，一つ問題が解けると，次々に解けていく楽しさがあります。しかし，数学が得意ではない（数学アレルギー）者にとって，問題に着手できないのも現実です。傍用問題集の解説を見てもわからないと言っています。

フォーカスゴールドの導入の理由は，次の2点です。

① 幅広いレベルに対応できる。
（基本から応用，受験対応まで）

② 家庭での学習でも対応できる。
（詳しい解答，「紐解き」の多さ）

受験勉強は，計画と実行。そして自学自習が基本となります。早い時期から，この習慣が身に付く事が，進路実現につながると思います。

生徒それぞれが「やらされていた」週末課題から，「自分でやる」勉強へ，そして，「自分に挑戦する」勉強へ変化することが，大学受験へ繋がる学習の道筋の本質だと思います。計画的により理想的に勉強の意識が変化すればと感じています。

4．チームとしての数学科

本校数学科は，現在選任7人で構成されています。習熟度授業を多く取り入れていますので，ひとつの科目に，多く関わる環境にあります。また，それぞれが，多くの科目を持つ環境でもあります。また，科目の責任者によって，指導方法が変遷しています。過去の経験を生かしより良い指導方法を模索し，チームとして取り組む事が本校数学科のポリシーであるといえるでしょう。

略歴

荻原 秀明　おぎはら ひであき

東京都品川区生まれ。
中央大学物理学部を卒業。
都立高校に33年勤務。趣味は，スキー，登山，写真，陶芸，音楽，コンピュータ，クイズなど雑多。

大学入試問題を考える
–マーク試験ゆえのウラ技集–

岡山県立岡山朝日高等学校
教諭　山川 宏史

1．はじめに

今年の大学入試センター試験，数学はⅠ・A，Ⅱ・Bともに平均点的には久しぶりによい作品となったようだ。作問委員に敬意を表する。その一方で複数分野の融合問題，マーク試験ゆえのウラ技が使える問題が多かったのが今年の特徴といえる。詳しく検証し，じっくりと味わってみよう。

2．数学Ⅰ・A

第3問

最終設問で3種類の条件付き確率の大小比較をさせているが，「くじ引きの公平性」により，即座に $\boxed{\text{チ}}$ には⑥　$p_1=p_2=p_3$ が入ることがわかる。したがって，$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ の和事象の設問は，むしろ難しくなっている。また，なぜか $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ の間の表現だけ，くじを「ひく」とひらがな表示になっている。

第4問

⑵の最終設問で $7\boxed{b}5\boxed{c}=(6n)^2$ となる b，c，n を求めさせているが，$b=\boxed{\text{ク}}$，$c=\boxed{\text{ケ}}$ よりも先にあとの枠の $n=\boxed{\text{コサ}}$ がわかる。そのスーパー解法とは

$7\square\square\square=(6n)^2$ について　$n=13$　のとき　$(6n)^2<80^2=6400<7\square\square\square$

$n=15$　のとき　$(6n)^2=90^2=8100>7\square\square\square$

$(6n)^2$ の単調性により　$n=14$　　$(6\cdot14)^2=7056$　より　$b=0$，$c=6$

不等式による大雑把な大小評価がポイント。

3．数学Ⅱ・B

第1問

最終設問で $\log_2 2\sqrt{6}$ の近似値を求めさせているが，選択肢があるおかげで，$\boxed{\text{ヘ}}$ は次のように鮮やかに解ける。

$16<24<32$　であるから　$4<2\sqrt{6}<4\sqrt{2}$　　底2は1より大きいので　$2<\log_2 2\sqrt{6}<\dfrac{5}{2}$

したがって，$\boxed{\text{ヘ}}$ には⑥　2.3 が入る。

なお，「$\left(\dfrac{5}{4}\right)^3 \fallingdotseq 2$　か　$\sqrt[3]{2}\fallingdotseq\dfrac{5}{4}$」を知っていれば，$2\sqrt{6}\fallingdotseq\sqrt{25}=4\cdot\dfrac{5}{4}\fallingdotseq4\sqrt[3]{2}$　より

$\log_2 2\sqrt{6}\fallingdotseq2+\dfrac{1}{3}=2.33\cdots\cdots$

と，実際に与えられた log の近似値を用いて算出した 2.2925249 に結構近い数値が簡単に算出できる。

なお，このほか代表的な近似値としては

$36^2=6^4=1296$　ゆえ　$\sqrt{13}\fallingdotseq3.6$　（実際は　$\sqrt{13}=3.6055512\cdots\cdots$）

$2.7^2=7.29\fallingdotseq2^3$　ゆえ　$\log 2\fallingdotseq\dfrac{2}{3}$　（実際は　$\log 2=0.69\cdots\cdots$　で案外高精度に）

などがあり，緊急時に活用できるので知っておくとよい。

第 2 問

序盤で接線に関することをあれこれ訊いているが，放物線 $y=x^2+1$ の頂点から x 座標が 1 だけ右の点 $(1,\ 2)$ における傾きは 2 より，接線の傾きは 2 である。したがって，この点における接線は $y=2x$ である。この直線上に点 P があるので $\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ には即座に 1 が，$\boxed{\text{セ}}$ には即座に 2 が入る。グラフを考えると，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ には即座に $0<a<1$ が入る。放物線を日頃からよく扱っていれば，すぐに気がつく事実かと。

第 3 問

最終設問で数列 $\{(n+1)4^{n+1}\}$ の和を求めさせているが，設問の流れに従ってまともに計算すると大変である。次のような正統派の工夫が賢い。

まず，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k4^k$ を公比倍！ズラシ技で求めておく。→答え　$\dfrac{3n-1}{9}\cdot 4^{n+1}+\dfrac{4}{9}$

この n に $n+1$ を代入し，初項にあたる $1\cdot 4$ を引けばよい。何と簡単！

第 4 問

序盤で平面ベクトルの一次独立性を用いて係数を求めさせる設問があるが，三角形の重心を用いれば，次のように鮮やかに解ける。

四角形 ABA′D が平行四辺形となるように点 A′ をとる。

点 N は三角形 A′BD の重心になるので　DN : NC $=2:1$　よって　$s=\dfrac{2}{3}$

$\triangle \mathrm{ABD} \equiv \triangle \mathrm{A'DB}$　であるから　$r=\dfrac{4}{3}$

また，終盤で 2 本の垂線の交点の座標を求めさせているが，直線の垂直条件を用いると簡単に解けてしまう。

第 5 問

終盤で $a \leqq X \leqq \dfrac{3}{2}a$ となる確率を求めさせているが，定積分の計算や台形の面積を用いなくても全区間の定積分が 1 であることを理解していれば，次のように面積比を用いて簡単に解ける。

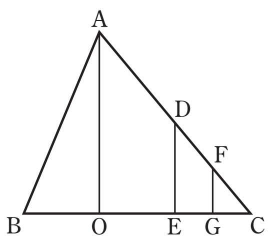
次の図において，$\mathrm{A}\left(0,\ \dfrac{2}{3a}\right)$，$\mathrm{B}(-a,\ 0)$，$\mathrm{C}(2a,\ 0)$，$\mathrm{E}(a,\ 0)$，$\mathrm{G}\left(\dfrac{3}{2}a,\ 0\right)$ とする。

$\triangle \mathrm{ABC}=1$　　$\triangle \mathrm{AOC}=\dfrac{2}{3}$

$\triangle \mathrm{CDE}=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{6}$

$\triangle \mathrm{CFG}=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{24}$

(台形 DEGF) $=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{24}=\dfrac{1}{8}$　これが求める確率



4．おわりに

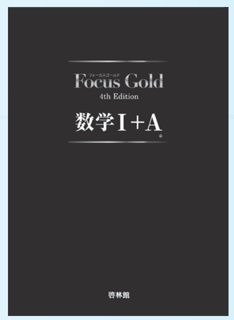
今回紹介した解法は，いずれも冷静に考えれば思いつくものである。しかしながら，試験中には気持ちに余裕がないのでかなり厳しい。やはり平常心は大切。日頃から，マーク試験対策として少しでも短くて計算の簡単な解法，作題者の意図に背く解法を考え抜くのも面白いし，結果的に身を助けることになるかと。

問題文の表現の甘い箇所も多数あった。例えば，Ⅰ･A 第 1 問では，定数 a が途中から実数全体を動いてしまっている！昨年の本試数学Ⅰにもあった。必要十分条件の選択肢群の文言は頻繁に変わる。さらに，追試においては「条件つき確率」という文言が問題文に登場したらしい。学習指導要領では，「つき」は漢字に。2000 年頃は CT 問題文が「条件つき確率」であった。ひょっとして，作問委員は……？

筆者は日々の通勤途上のサイクリングや休日の遠距離ロードにおける珠玉の思考時間を愛している。今回の解法のうちの一部は通勤途上のもの。拙い作品を最後までお読み戴き，感謝。さて，またロードに出かけるか。今度はなにがあるやら楽しみやな。

平成 29 年弥生

出典
平成 29 年度大学入試センター試験　本試験　数学Ⅰ・数学 A
平成 29 年度大学入試センター試験　本試験　数学Ⅱ・数学 B

真の数学力が身につく
フォーカス・ゴールド
Focus Gold 4th Edition
1 『先に進める学習』と『基本も押さえる』に応えた「マスター編」
フォローアップ（進める学習）とフィードバック（振り返り学習）で
入試に必要な学力が確実に身につきます。
2 充実したコラム
数学への興味や知識の深まりなどが感じられる内容になっています。


A5判
3色刷
数学Ⅰ+A，数学Ⅱ+B

2018年4月
サービス開始
（予定）

ATLS アトラス

タブレットが生徒一人ひとりのメンターになる

アトラスは，タブレットを使って，啓林館の
教科書（詳説数学Ⅰ・A）・問題集（アドバンスプラス）・
参考書（フォーカスゴールド）を学習する
ハイブリッド学習スタイル!

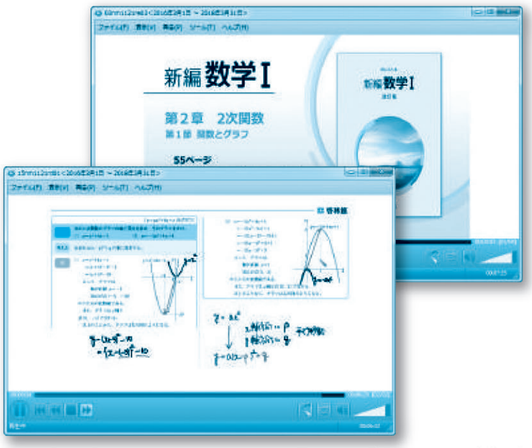
※iOS 8.1以降。iPad対応。（Windows , Androidはご相談ください。）

- 紙面（画面）を見ながら，ノートにペンで問題を解き，解説（画面）で確認。
- 苦手な問題の類題を，自動出題する AI機能 搭載付き！
- 教員用管理ツールで，生徒の苦手なポイントがわかる！

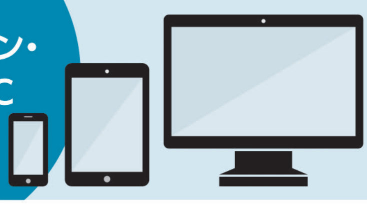
動画授業で，問題への理解を深める

スマートレクチャー

教科書『新編数学Ⅰ 改訂版』
『新編数学A 改訂版』の例・問・例題などを
ベテラン教師・有名進学校教師などの
講師が板書・音声解説を通して
わかりやすく説明します。



パソコン・スマートフォン・タブレット PC 対応!



※一部のコンテンツは有料です。

―― 知が啓く。――
啓林館
http://www.shinko-keirin.co.jp/

本　社	〒543-0052 大阪市天王寺区大道4丁目3番25号	TEL（06）6779-1531	FAX（06）6779-5011
東京支社	〒113-0023 東京都文京区向丘2丁目3番10号	TEL（03）3814-2151	FAX（03）3814-2159
北海道支社	〒060-0062 札幌市中央区南二条西9丁目1番2号サンケン札幌ビル1階	TEL（011）271-2022	FAX（011）271-2023
東海支社	〒461-0004 名古屋市東区葵1丁目4番34号双栄ビル2F	TEL（052）935-2585	FAX（052）936-4541
広島支社	〒732-0052 広島市東区光町1丁目7番11号広島CDビル5階	TEL（082）261-7246	FAX（082）261-5400
九州支社	〒810-0022 福岡市中央区薬院1丁目5番6号ハイヒルズビル5階	TEL（092）725-6677	FAX（092）725-6680

20171001