啓林館 高校数学 教育情報誌

啓林館

Focus Gold 通信

フォーカスゴールド

p.2-9 ［特集］

「マスフェスタで見る今後の数学の可能性」

大阪府立大手前高等学校　宮城 憲博・海城高等学校　川崎 真澄

「『数学Ⅰ データの分析』の指導法」

世田谷学園高等学校　大石 隆

授業実践記録

p.10-22

◆ 循環小数を楽しむ ～7と11と13の華麗な関係～
岐阜県立多治見北高等学校　土岐 慎一

◆「目黒高校数学科の授業実践」
多摩大学目黒中学・高等学校　荒尾 吉宣

◆ 出前授業実践報告
埼玉県立熊谷西高等学校　山出 秀明

◆ 課題学習のテーマ設定に「Focus Gold」を
福岡県立修猷館高等学校　平野 義和

「Focus Gold」と新科目「数学活用」との連携を考える

p.23, 24

Focus Gold･Focus Up 編集委員　豊田 敏盟

「センター試験数学について」

p.25-27

Focus Gold･Focus Up 編集委員　竹内 英人

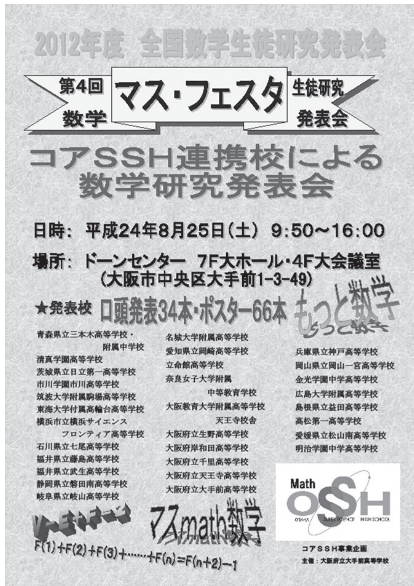
vol.4

特集 マスフェスタで見る今後の数学の可能性

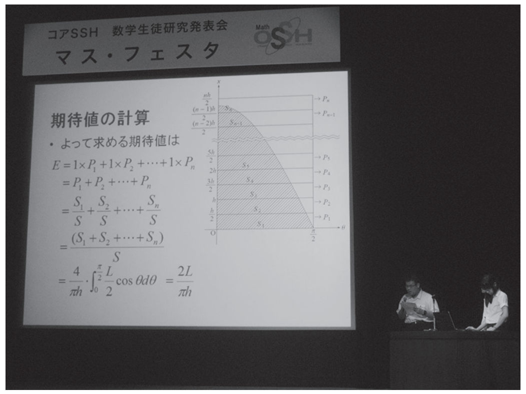
大阪府立大手前高等学校教諭　宮城憲博

1. マスフェスタとは

大手前高校では，平成20年度から平成24年度まで，文部科学省からスーパーサイエンスハイスクール（SSH）の指定を受け，「数学に特化した取り組み」を行ってきた。その中の1つに，「マスフェスタ」がある。昨年は，北は青森から南は福岡までの31高等学校の発表があり，盛大に行われた。(ポスター参照)



「マスフェスタ」とは，全国のSSH校を中心に，数学好きな生徒達が一同に会し，数学についての課題研究を発表し合う場である。各校で数学の課題研究に取り組んでいる生徒たちが，全国規模の大会で発表しあえることは，その後の探究活動に大きく役立つものと考えられる。また，教員も，この場を通じて，数学の課題研究についてのヒントを得ることができる。



数学の重要性については世間一般に認識されているところではあるが，数学を楽しむというレベルにおいては，まだまだの感がある。数学を活用することによって，科学現象・社会現象を「理解することができる」ことができ，その体験によって，数学の楽しさを発見できるのではないだろうか。

このマスフェスタでは，純粋数学だけでなく，いろいろな分野においても，数学を活用し，高校生らしい発見をしてもらえればよいと考えている。

マスフェスタが，より多くの高校生に対し，数学の楽しさを伝えていける場になることを祈っている。

新教育課程にも探究活動（課題学習･数学活用）が組み込まれ，多くの学校で課題研究への取り組みが始まった。この「マスフェスタ」を，数学教育の新しい実践例として参考にして頂きたい。

2. 発表資料

<発表テーマ>

フェルマーの最終定理の考察－指数が整数の値をとる場合について－，数学から情報通信技術への展開，生存競争の数学モデルについて，RSA暗号，ビュホンの針とモンテカルロ法，万華鏡の研究，ピタゴラス三角形の個数の近似，データ検索におけるアルゴリズムの構築，フィボナッチ数列に関する研究，数学パズル，Bertrandのパラドックス，最適採餌行動に見る流行現象の分析，ビックの定理の拡張，フェヒナーの法則の数学的アプローチ，ウラムの螺旋，正多角形の敷き詰め，ビックの定理とπの近似値計算，ルーローの奇数多角形の一般化と重心の軌跡，因数と循環節の2分割和に並ぶ数についての考察，多角数の拡張，ハノイの塔，曜日を求める数式，交通の最適化，正多角形の面積と等しい面積の正方形の作図，ボールの軌跡，結び目に対する解析的アプローチ，コインと天秤，実用数，$(-1)\times(-1)=+1$，サグラダファミリア教会の魔方陣，数学を用いた文様出力プログラムの制作　他

<発表要旨例>

多角数の拡張

1. 目的

p 角数 r 次元の一般項を求める。またその性質を発見する。

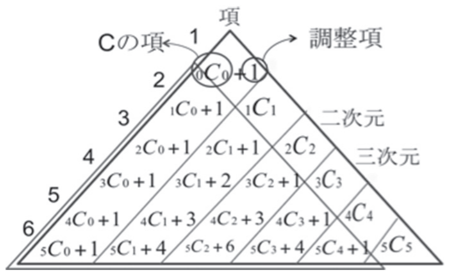
2. 方法

階差数列を用いて p 角数の 2 次元，3 次元…と次元を上げ，r 次元の一般項を推測してみた。しかし，一部分しか求められなかった。そこで，パスカルの三角形を用いて求められるのではないかと考えた。C（コンビネーション）の記号を用いることで，規則性を見つけて求めてみた。

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

3. 結果

パスカルの三角形に新たな項（この項を調整項と呼ぶこととする）を加えることで，多角数の一般次元の数列を全てパスカルの三角形のような形で表すことができた。また，調整項もパスカルの三角形で表すことができたため，全ての項をCの記号で表すことができた。



4. 考察

p 角数は，階差数列をとると公差が $p-2$ である等差数列であることが分かった。次元を上げると，公差が $p-2$ の等差数列になるまでの階差の段数も上がることが分かった。

5. 結論

p 角数 r 次元の一般項は，${}_{n+r-1}C_r+(p-3)\cdot{}_{n+r-2}C_r={}_nH_r+(p-3)\cdot{}_{n-1}H_r$ となる。

3. 将来の可能性

数学が，広く人々に愛され市民権を得るためには，学校において数学の楽しさを如何に伝えるかということが大切である。ややもすると，数学の授業は知識の伝達のみに終始してしまいがちになるが，これからの時代，ユニークなアイデア，アグレッシブな姿勢がより必要とされる。高校生の多感な時期に，このような力を育成できる環境を整備していくことが必要であろう。

一例ではあるが，大手前高校では，1年生を，数学への興味・関心を高めるための「芽生え」の時期として，数学課題レポートを年間3回実施している。これは，興味の持った数学テーマについて，レポートを作成するものである。はじめは，生徒達も要領を得ず，調べたり，不十分な論証のレポートもあるが，提出されたレポートを学年担当の教員が手分けして，「形式」「テーマ」「独自性」「総合」の観点から評価を行い，複数の教員の指導コメントも入れて返却している。また，良いレポートについては，生徒達にも回覧し，互いの質の向上を図っている。この作業を3回も行うと，生徒達の関心度も徐々に向上し，数学に対する意識も変容していく。これらをベースにしながら，2年生では，数学の課題研究発表会（サマースクール）を160人で行う。文系・理系にかかわらず，科学の基本ツールである数学について，全員でポスターセッションを行うのである。本校では，これらの取り組みの延長上に，マスフェスタを位置づけている。各校でも色々な取り組みがされているが，「マスフェスタ」をうまく活用し，教育プログラムの作成をして頂ければと思う。

数学の課題研究に関する教材の一つとして「数学活用」については注目をしている。高校生が課題研究に親しみを持って入っていけるように，数学の代表的なトピックスについて記述されているのが特徴である。自分の興味の持てそうな単元から入り，そのテキストを超えて，生徒達がどこまで進んでくれるのかを見るのも楽しみである。色々な教材が巷にあふれているが，それらをうまく利用して効果をあげたい。

今後の高校数学においては，基礎・基礎力の上に位置づけられた，表現力・コミュニケーション力がますます必要になってくる。基本に戻って数学の楽しさを追求する取り組みを再考するよい機会でもある。「マスフェスタ」のようなコミュニケーションの場が広がり，多くの生徒達が数学を身近に感じ取れるようになることが，ある意味，数学教育の大きな目的達成なのかも知れない。まだまだやるべき事があり，私たちの楽しみも絶えることがない。

●数学レポート指導内容

<採点シート>

数学レポート採点シート

A先生

形式	5 4 3 2 1	独自性	5 4 3 2 1
テーマ	5 4 3 2 1	総合	5 4 3 2 1
コメント			

B先生

形式	5 4 3 2 1	独自性	5 4 3 2 1
テーマ	5 4 3 2 1	総合	5 4 3 2 1
コメント			

<テーマの例>

素数，フェルマーの小定理，複素数，和算，暗号と符号理論，折り紙と数学，待ち行列，等

<指導上の留意点>

①本やWebサイトの丸写しはダメ。数行の文書を自分の文章に埋め込んで使用するのもダメ。グラフ・図版についても同じ。自作を原則とするが，自作に代えられないときは，引用元を明記すること。

②参考にした本やWebサイトは，レポートに「参考文献」として記載すること。Webサイトの引用については，文献などで確認をすること。

③参考にした部分と自分が考えた部分を明確に示すこと。

マスフェスタに参加して

海城高等学校　川崎真澄

今春，宮城先生と初めてお会いし，昨年度（第3回）のマスフェスタの報告集をご紹介いただきました。その内容の濃さに驚き，早速，担当している高1生に紹介したところ，「数学活用」（啓林館刊）を副読本に使用している彼らの心の琴線に触れたようで，こちらの予想以上の反響がありました。曰く，「面白い」，「（研究を）聞いてみたい」，「同年代なのにすごい」etc。

報告集を熟読しているうちに，かねてから「フィボナッチ数列と互除法」についてのある性質について定理を得ており，現在，論文を準備中の恩田直登君の結果を，こういった催しで紹介できないものか，と考えました。折しも，この報告集の巻末に記載されていた「大阪府立高数オリンピック」の中の円順列についての問題に興味を持ち，円順列の一般公式を使いやすい形で得ることができた，という報告が増田康隆君からあり，セミナーを開いたところ，大変興味深い結果でありました。そこで，現在のところSSHではない本校ではあるものの，この2人の結果をポスターセッションで参加させて頂けないでしょうか，と宮城先生に打診したところご快諾を頂け参加することができました。宮城先生ならびに関係者の皆様にお礼申し上げる次第です。

マスフェスタ当日は，全国の多くの高校生の皆さんから直接，ご自身の研究についてのあれこれを伺うことができました。その模様を本校HPに掲載いたしました

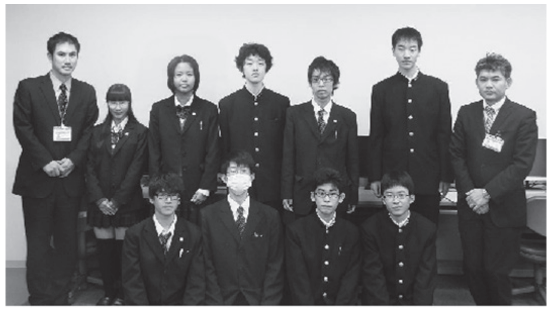
(http://www.kaijo-academy.jp/press/2012/08/post_507.html)。

説明して下さった生徒の皆さんの中で，大阪府立大手前高校の松田隼一朗さんや，岐阜県立岐山高校の柳原合さんは，後日，研究の詳細をお送りくださり交流が続いています。また，横浜市立横浜サイエンスフロンティア高校（通称YSFH）の増田卓斗さんには11月10日（土）に，同校にてご自身の研究（ウラム螺旋上の三角数とペルの方程式の関係）についてセミナーを開催してくださり，私，恩田，増田両君と共に本校の何人かの生徒がお世話になりました。増田さんの研究は圧巻で，その結果の美しさに一同が魅了され，実に4時間に渡り談論風発。貴重な時間を過ごすことができ，更なる交流の発展を約束しました。

お世話下さいました同校の高口健一先生と中山大輔先生に感謝申し上げる次第です。この日の模様も本校HPに掲載しました

(http://www.kaijo-academy.jp/press/2012/11/ysfh1_1.html)。

増田康隆君（左）と恩田直登君（右）



YSFHの皆さん（左端が高口先生，右端が中山先生）と海城高校の面々

このように，全国の高校生諸君，そして先生方と交流をもつことができ，数学についての夢や研究の苦心を語らいあうことができるマスフェスタの素晴らしさを実感しています。

マスフェスタと，「数学活用」とが相互にうまく作用すれば，このような，いわば“高校生研究者”が多く輩出されるのではないかと夢想しています。主催者の皆様のご努力に敬意を表し，マスフェスタの長きにわたる開催を祈念申し上げます。

お互いの研究でコラボレーションを模索中のYSFHの増田さん（右）と海城高の恩田君（左）

宮城憲博　みやぎのりひろ

東大阪市生まれ．大阪教育大学教育学部特別数学科を卒業後，大阪府で教鞭をとる．教員歴27年。現在，大阪府立大手前高校勤務。趣味は民族舞踊。

川崎真澄　かわさき ますみ

東京都生まれ。東京理科大学理工学部数学科卒業。埼玉大学理工学研究科修了。専攻は代数幾何学。博士（理学）。現在，私立海城学園数学科主任。趣味は古典芸能鑑賞。

特集

「数学I　データの分析」の指導法

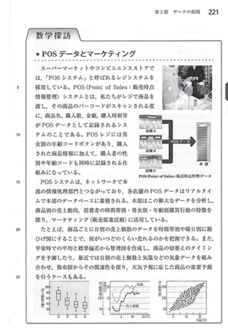
世田谷学園高等学校教諭　大石隆

今回，高等学校新学習指導要領において，必修科目である「数学Ｉ」に新分野「データの分析」が導入されました。その内容は従来の抽象数学とは違い具体性のある統計学に近いことから，その指導法も大きく異なり，どのように授業に取り組むかがイメージできず多くの先生方がその指導法に悩んでいることをよく耳にします。このたびこの分野の指導法をDVDに収めるお話をいただき，啓林館，ジャパンライム，教学図書協会の協力のもと，試行錯誤しながら授業を実践してみました。ここではその模擬授業の経験から様々な指導上のポイントを先生方にご提示していきたいと思います。

1．新課程への導入の背景　(データの分析の必要性を指導することがポイント)

まず最初に，「データの分析」がこのたび新課程へ導入された背景を理解しておく必要があります。昨今では産業界を中心に統計学のニーズが高まり，国際社会は統計教育の必要性を大きく要求しています。いわゆる人々の「データに基づいた問題解決能力」を最重要視しているわけです。例えば大学生が企業に就職する際，一番学習しておいて欲しい数学の項目として真っ先に統計が上がるそうです。その学習がまさしく時代の要請となっているのです。従来からの抽象数学だけではなく世の中にリンクした具体的な数学を指導することもこれからの数学教育の大切な流れであることは多くの先生方が感じている事と思います。そのような経緯で「数学Ｉ」の必修科目の中に取り上げられてきたわけです。ですから，この分野を指導することになったのはごく自然な世の中の流れだと感じます。

例えば「データの分析」を学ぶイントロダクションとして身近な教材を一つ例にとりますと，「啓林館　詳説数学Ｉの教科書，第4章データの分析　数学探訪（P.221）」などはこの分野を学ぶ意義付けとして，また生徒への導入として実生活の中での数学をイメージしやすい内容になっています。



2．実践模擬授業

（1）　基本的な授業の進め方　(統計的探究の流れをベースに授業展開し，生徒自らの手でデータから何かしらの結論を推論させることがポイント)

Ploblem(問題)
⇓
Plan(計画)
⇓
Data(データ)
⇓
Analysis(分析)
⇓
Conclusion(結論)

授業は常にこの流れを意識して展開します。このプロセスを生徒は作業を通して体験し，各自がデータに基づく判断が出来るように指導します。自らデータを処理し，一つの結論を推論させることがこの授業の最重要ポイントとなります。

（2）　授業内容　(箱ひげ図をメインとし大局的にデータを捉えることがポイント)

度数分布表，ヒストグラム，箱ひげ図，分散・標準偏差，散布図，相関係数などが主な内容で，学校によってまちまちですが50分×5コマ～50分×10コマぐらいが時間数の目安でしょうか。実際にデータによる作業を生徒に

取り組ませその中からどのような傾向や結論が推論されるかを何人かの生徒に発表させてみたり，またはグループを作り，話し合わせたうえで発表させてみるのも効果的ではないでしょうか。(数学の授業ではなかなか普段このような授業展開は少ないので貴重な体験だと思います。)

尚，このとき普通の数学の問題を解くような厳密なことはあまり考えず，大きく大局的に結論を推論させることが大切です。ここのニュアンスが従来の数学の問題と大きく異なるところで，指導側も特に意識したいところです。厳密性より大きく幅広く事象を捉えることがポイントです。よって，私としてはある意味で「数学らしくない数学」だと思います。ですから逆に普段，厳密な計算や論理が苦手な生徒でも興味と関心を持って食いついてくれる可能性が大きいと思います。「数学嫌いや苦手な生徒を救う数学」とも積極的に捉えることもできますね。また，この分野は「文系数学」としても将来大学の「経済学，経営学，商学，心理学等」への進路的な興味や動機付けにもなると思います。

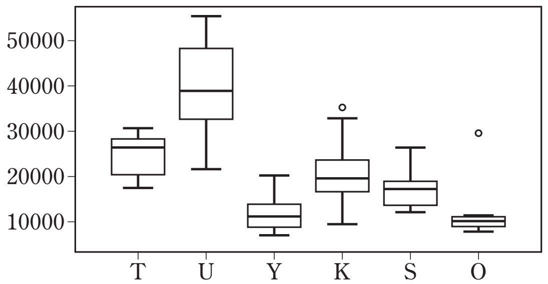
(3) 箱ひげ図　(アナログ的指導法がポイント)

今回，特にこの「箱ひげ図」が指導上の最重要項目になるところです。生徒に箱ひげ図を各自で描かせる作業を通してそのデータの特徴が自然とわかるように指導します。最近ですとソフトなどを用いて情報科的に各自のパソコンを使用しながら指導する方法もありますが，私個人としては，一般教室で黒板をつかって，説明しながら一緒に演習を交えて箱ひげ図(5数要約)を描いていくような従来型の「アナログ的指導法」を勧めます。これは我々が図形を指導するときに，生徒自らが図形を描いていく作業を通して理解を深めていくのとイメージが似ています。生徒は苦労して5数要約を描きながらそのデータの特徴を肌で感じることができ作業がそのまま理解につながります。私はこのアナログ的な地味な作業に勝る指導法はないと思います。

啓林館　数学活用（分布を比較する）より

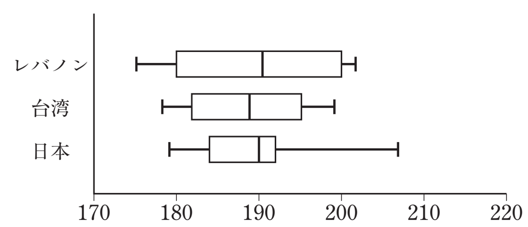
	T	U	Y	K	S	O
1	17,477	21,625	7,019	9,472	12,119	7,831
2	18,350	31,973	7,712	10,685	12,139	8,457
3	20,143	32,231	7,782	14,199	12,663	8,605
4	20,341	32,398	8,582	16,415	13,622	8,979
5	20,508	32,902	9,041	16,869	13,675	9,203
6	23,074	36,790	9,537	17,983	14,395	9,742
7	25,781	37,116	10,119	18,575	17,050	9,981
8	26,243	37,470	10,310	19,024	17,182	10,081
9	26,406	38,909	11,176	19,588	17,239	10,149
10	26,534	40,071	12,018	22,089	17,281	10,258
11	27,816	40,326	12,045	22,236	17,651	10,396
12	27,990	45,941	12,543	22,973	17,978	10,596
13	28,114	46,313	13,647	23,640	18,894	10,740
14	28,480	48,246	14,118	26,607	18,989	10,967
15	29,011	50,096	14,168	27,969	23,214	11,116
16	29,959	51,177	19,021	32,855	24,162	11,412
17	30,672	55,410	20,231	35,251	26,391	29,575

Jリーグ戦における6チームの観客動員数



3．入試への展望　(統計検定3級試験がポイント)

さて，我々指導者として次に気になるのが入試ではないでしょうか。今までに出題されていない分野ですのでなかなか見当がつかず，どんな問題を練習させてよいか悩みの種です。私としては次の2点がとても参考になる教材になると考えています。まず一つは「現行～2006年度のセンター試験の数学Ⅱ・数学Bの統計分野」がとても参考になります。箱ひげ図こそありませんがそれ以外の項目は大体出題されていますのでとても良い練習問題になります。それともう一つは最近受験者が増えている「日本統計学会公式認定の統計検定試験３級」です。この過去問には箱ひげ図に関する問題も多く出題されており，またセンター試験以上に具体性のある問題が多く出題されていますのでセンター試験，国公立大，私立大の受験対策に最適で大いに役立つと思います。



上の図は，2010年に開催された「第21回FIBAアジア18以下男子バスケットボール選手権大会」における，日本，台湾，レバノンの3か国の代表選手（各12名）の身長を箱ひげ図にしたものである．この箱ひげ図からわかることとして，次の2つを考えた．

Ⅰ　レバノンの 190cm より大きい選手の人数は，日本の 190cm より大きい選手の人数以上である．

Ⅱ　台湾の選手の身長の標準偏差は，他の2か国と比べて，最も大きい．

Ⅰ，Ⅱの事柄のうち，箱ひげ図から示せる事柄の組み合わせを次のAからDの中から一つ選べ．

A.　ⅠもⅡも示せない．
B.　Ⅰのみ示せる．
C.　Ⅱのみ示せる．
D.　ⅠもⅡも示せる．

解答．B

統計検定3級　問題例
(出典：ASIA－BASKET
http://www.asia-basket.com)

4．最後に　(指導者側の探究心や意識がポイント)

正直なところ，私自身も最初はこの分野が導入され恥ずかしながら「煩わしい」，「指導が面倒くさい」，「統計など数学で教える必要があるのか？」，「出来ればスルーしたい」などと勝手な理屈でネガティブに捉えていました。これはこの分野が我々指導者側にとってとても微妙なポジションに位置するからです。教師によってもこの分野に対する重要性の見識はかなり個人差があり，また学校での扱いもいろいろな事情でまちまちです。じっくり時間をかけて取り組む学校もあれば反対に短時間で済ませたり，長期休業の課題として扱うなど比較的あっさり終了する学校などもあります。そのさじ加減が難しいところでしょうが大切なのは我々指導者側がこの分野をよく研究，研修し，食わず嫌いで終わらないよう，そのうえでどこまで生徒に指導するのが適切なのかをしっかり認識しておくことではないでしょうか。このところも我々の心構えとして大切なポイントであると思います。

さて，最後に恐縮ですが，今回作成したDVD「数学Ⅰ・データの分析」の指導法(ジャパンライム)の紹介(模擬授業のほんのさわりですが…)がYouTubeでこの表題でご覧いただけます。是非ご覧になってみてください。

大石　隆　おおいし たかし

東京都生まれ。
学習院大学理学部数学科を卒業。小平邦彦先生に師事。東京都立高等学校教諭を経て現在，世田谷学園中学・高等学校に数学科主任，高3特進クラス担任として勤務している。教員歴30年。受験参考書，問題集などの著者や，入試問題解説，映像授業出演など幅広く活躍している。趣味は音楽，絵画等の芸術全般で，特に舞台芸術が好きでオペラ，オーケストラから宝塚まで幅広く時間さえあれば劇場に出向いている。

授業
実践記録

循環小数を楽しむ ～7と11と13の華麗な関係～

岐阜県立多治見北高等学校　土岐慎一

1. はじめに

『Focus Gold　数学Ⅰ＋A』で「循環小数」は二度登場する。第1章「数と式」と第8章「整数の性質」のところである。今回の話は，第8章の発展教材として扱うものである。

第8章の例題は次のようなものである。

> 例題253　循環小数
> 6桁の循環節をもつ循環小数 $A=0.\dot{a}bcde\dot{f}$ を3倍すると，6桁の循環節をもつ循環小数 $0.\dot{b}cdef\dot{a}$ になるような最小の A を求めよ。

これは $\frac{1}{7}$ の循環節のもつおもしろい性質を問題にしている。$\frac{1}{7}$ は高校の教員であれば，この循環小数になることやそれに付随するこの例題のようなことは多分常識であろう。

しかし，これが $\frac{1}{13}$ のとなるとそれほど常識にはなっていないと思う。少なくとも私が知る高校教員でこちらの循環小数を即答できた人はほんのわずかであった。しかし，この記事を読めばあなたも「即答組」に仲間入りすることができる。そして，7と11と13の華麗な関係に引き込まれるに違いない。

今年度は1年生を担当していないが，本校で行っている中学生向けの「体験授業」でここ数年これから紹介するような話を扱っていて，ぜひ高校生向けにもやろうと思っている題材である。

2. 授業実践記録

以下，会話風に進める。Tは教師，A，B，Cは生徒である。

T　唐突であるが，

$\frac{1}{13}$ を小数で言える人はいるかい？

（　シーン　）　注：年によっては暗算の得意なものがスラスラ答えることもある。

T　だろうな。私も高校生の頃はできなかったから心配しなくていいよ。

じゃ，$\frac{1}{7}$ の小数をいえる人は？

（　数人手をあげる　）

T　少しいるね。わからない人も多いので，まずこれを小数に直してみよう。

（　実際に筆算で計算させる。机間巡視でだいたいできた頃を見計らって　）

T　よし，みんな正解のようだ。もっとも，これを間違えられては困るけどね。

第1章で学んだように，結果はこう書くんだったね。

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$　（　と板書する　）

T　まず，この循環節をよく見てほしい。この6桁の数字にはいろいろおもしろい性質がある。少し時間を取るので，これを観察して何か気がつくことがないか考えてみよう。

（　考える時間　）

ここで少し時間を取ると，だいたい次の4つはでてくる。

① 3の倍数がでてこない。

② 両端を足すと8，その隣同士は9，次が10となる。

③ 2桁づつで切ると，ほぼ2倍2倍になっている。

④ 3桁づつで切って，足すと999である。

（　これらを発表させ，板書する　）

T　よし，これぐらいでいいだろう。きょうはこのうち，④が主役だね。③もふれる。

まず，④からいこうか。これ，おもしろいね。

私も中学生の頃だったかな，初めてこのことを本で読んですごく感動した覚えがあるよ。

A　図書館にそういう本はありますか。

T　パズルの本で読んだんだけど，同じ本は置いてなかったね。

A　ぜひ読んでみたいです。

T　じゃあ今度貸してあげるよ。

話を本題に戻して，この性質をもう少し詳しく調べよう。

循環節が 142857 だったけど，これを分数にするとどうなる？

（　2，3人手をあげる　）

T　じゃあ，Bくん。

B　はい，$\frac{142857}{999999}$ です。

T　正解。循環節の桁数だけ分母に9を並べ，分子には循環節をもってくるんだったね。

第1章で学んだことがちゃんとここで応用できるね。

（　$\frac{142857}{999999}$　を板書する　）

④はこの分子が次のように書けることを主張している。

$142857=142\times1000+(999-142)$

そこで，この形に直して計算していくと，

$$\frac{142857}{999999}=\frac{142\times1000+(999-142)}{999\times1001}=\frac{143}{1001}$$
$$=\frac{11\times13}{7\times11\times13}=\frac{1}{7}\quad\cdots(*)$$

と，$\frac{1}{7}$ にたどりつくというわけだ。

C　へえ，すげえ。

T　終わりの方の分母に注目してほしい。

$7\times11\times13$　となっているね。この3つの数字には華麗な関係があるんだよ。

じゃあ，次は13に移ろう。冒頭での質問だ。

$\frac{1}{13}$ の小数展開だ。

こちらで答えをいってしまうけど，

（　$\frac{1}{13}=0.\dot{0}7692\dot{3}$ と板書する　）

A　これは6桁ですか，13だと12桁かと思ったけど。

T　そうだね，もっと長くなりそうな数だね。第1章ではあまり詳しくはなせなかったけど，13の循環節の長さは，それを何倍かして9が並ぶようにできるとき，9が並ぶ数と等しい，という性質もあるんだ。先の分母の 999999 の約数に13がはいっているので，13は6桁というわけだ。

B　11は99の約数だから2桁なんですね。

T　そうそう。でも，7や13とあわせて6桁分とみなして考え，循環節を 090909 としてみる。そうすると，この3つにはおどろくべき関係があることがわかるんだ。

（＊）の式に注目してほしい。

（　$\frac{11\times13}{7\times11\times13}=\frac{1}{7}$　にマークする　）

この時は $\frac{1}{7}$ だから分子が7だけ抜けている形だが，$\frac{1}{13}$ の場合は13が抜けて 7×11 が分子になるわけだ。ここまではいいかい。

C　11だと分子は 7×13 ですね。

T　（　$\frac{1}{7}$　…　11×13，$\frac{1}{13}$　…　7×11

$\frac{1}{11}$　…　7×13　を板書する　）

（　少し間をとる　）

B　わかった。それが循環節の前半分につながるんだ。

T　素晴らしい。よくわかったね。

先の（＊）を追っていくと，前半分から1引いた数字がそれだ。

C　そうか，だから $\frac{1}{13}$ は $7\times11-1=76$　が

循環節の前半分，後ろは999から引けばいいんだ。そうかそうか，これなら覚えられるな。

T　きょうのメインのところがわかったようだね。最後に，③もふれておこう。④のことも含めて，詳しくは「数学Ⅲ」の無限等比級数を学ぶときちんとしたことが理解できるよ。
さっき，「ほぼ２倍２倍」となっていたけど，これは「きっちり２倍２倍」でいいんだ。

C　でも，14 の２倍が 28 はいいけど，28 の２倍は 56 なのに，57 で終わっています。

T　ぱっと見るとそうなるかな。でもね，小数は無限に続くんだよ。だから，56 の２倍もあるんだ。Ｃくん，56 の２倍は？

C　112 です。

T　（　黒板に下のような図を描く　）

```
0.14
   28
     56
      112
        224
          448
            …
             …
0.1428571428……
```

実は，このように続いていて，後ろの繰り上がりがあって，見かけ上違うようにみえているだけだったんだよ。

C　これもすげえ。

T　循環小数は探ればいろいろおもしろい性質がある。「数学Ⅲ」までやると，もっと広がっていくよ。
（　チャイムが鳴る　）

T　じゃあ，きょうはこれで終わり。
きょうの宿題はプリントを作成しておいたので，これをやっておくように。

A　起立。……

（　授業実践記録　終　）

3. 終わりに

15年ほど前になるが，名古屋大学が「昼夜開講制」の大学院を開き，社会人入学もできたので，で私はそれを利用して2年間，普通勤務を終えたらすぐ大学へ飛んでいって講義を聴くという生活を2年間送り，博士課程前期（修士課程）を修了した。

その際に，指導教官であった北岡良之教授（現名城大）と研究する過程で今回の「7と11と13の華麗な関係」を見いだした。他に，$\frac{1}{17}$ もそこで研究し，いまも続けている。

$$\frac{1}{17}=0.\dot{0}58823529411764\dot{7}.$$

この数字の並びがあと十年ぐらいは私について まわりそうである。

土岐　慎一　とき しんいち

岐阜県生まれ。　名古屋大学理学部数学科を卒業，岐阜県教員になる。岐阜高校を振り出しに，いくつかの高校を経て母校である多治見北高へ。平成23年3月で定年退職。その後講師として継続して勤務。途中，名古屋大学大学院多元数理科学研究科で修士（数理学）の学位を取得。数学パズルに詳しい。趣味は囲碁で現在四段。

「目黒高校数学科の授業実践」

多摩大学目黒高等学校　荒尾吉宣

多摩大学目黒高等学校は，中学から入学した者と高校から入学した者が高校2年生の文系・理系のコースに分かれる時に合流するという形態になっています。高入生は二年次に連絡生を中心とした特別進学クラスに合流する際に未履修部分をセミナーや補講等で補完する形をとっています。カリキュラム上は，数学Ⅰ＋Ａ：6単位，
数学Ⅱ＋Ｂ：7〜8単位，
数学Ⅲ＋Ｃ：8〜10単位
と表面上の時間数は確保されているのですが，高入生の割合が高くゆとり世代を過ごしてきた者に対して対応するのに，行事等を差し引いた実時間数で高校数学の助走を行うことで非常に苦慮をしている次第です。さらに，自ら進んで学ぶことができる生徒に育てたい。そして，夢や目標を自らの力で掴めるようになってほしいとの願いを，教育現場において数学というツールを生かした指導を展開したいと考えております。近年はゆとり教育の影響を大きく受けた世代への対応を考えつつ，授業内容の満足度を上げかつ，到達度も上げなければならない！という私学の使命を果たすことを目指して，限りある授業時間数内で生徒の満足度を考えて効率良く進めるために試行錯誤を繰り返しております。

§プリント教材を中心に授業を行っていた頃

限られた時間内で時間数以上の成果を上げるために，既成の教材に頼らないプリント教材中心の授業を行わなければならない期間が長く続きました。自分の伝えたいことを前面に出して，説明部分と例題を織り交ぜて授業で扱う内容を事前にプリントにまとめて授業で扱うので，授業内でプリントを利用して扱った内容については，効率よく授業を進めることができて，理解定着も良好なのですが，授業の予習をさせるには，授業に先行したプリント教材を配布し続けなければならず，校務を抱えながら，あるいは複数科目を担当してという状況下では，教材作成の時間の確保に厳しいものがありました。また，入学してくる生徒レベルが嬉しい話ではありますが年々向上しているので(あるいは，ばらつきがあるので)，プリント教材の内容の見直しを毎年迫られて，さらには教育課程の変更等　立ちふさがる壁を超えるのは大きな負担となり，自作プリントによるテキストは，時間を短縮させるための手段として，一部の単元に絞って活用にとどめるようになってしまい，既成の教材をうまく活用していくことを模索していきました。

§副教材を活用しての試行錯誤を通して

授業で主に使用する教材は，私学の機動性を生かして，時勢に合わせたよりよい副教材を採用して，教材に掲載された例題や問題を多用して授業に生かすようにしました。当初の私の教材選びの観点は，教材で扱われている例題や演習問題が授業の流れに乗せられる題材が揃っているかどうかで考え，自作のプリント教材を作成する手間を省こうとすることが大きな目的でした。教材が示す解法はあまり意識しないで，解説等がうまく使えるときは行間を授業で埋めてより生徒に合った解法ノートを作っていくというスタイルで進め，授業ノートと教材を合わせると理解の深まる最良の教材が出来上がる様にしたところ，生徒たちの取り組み姿勢もよく，多くの者のノートはそのまま印刷して冊子にして後輩に配布できるものでした。しかし，私が担当する生徒にとっての教材の内容は比較的難しい内容となってしまう場合が多かったため，生徒たちの動きは復習が中心となりがち

で，さらに進んで予習に踏み込んで自学してもらおうと仕向けていたのですが，取り扱う内容のいい教材ほど解説のハードルが高くなる傾向がありましたので，校内の上位層でないとなかなか自分で進めることが難しいという状態が続き，解説の行間を自分で埋めることができないものが多く出てきました。自ら進んで学ぶ生徒を育成することを目指していましたので，質問等に応じるキャパシティーも限られてしまうことから，副教材と同じ出版社のシリーズのもっとも易しい教材を合わせて持たせた時期もありました。その際は本校の場合，公立高校との併願で入学してくる生徒が多いせいか，参考書や問題集を自分の小遣いで買わなければいけない者が多く，推奨参考書を紹介してもなかなか手に出来ない者が多くいたので，学校の諸費精算扱いとして学校配布の形で持たせる形態にしました。以前から，難易度の異なる二つの教材が一体化した教材ができないか！と思っていたところ，啓林館発行のFocus Goldシリーズが発刊されたことを機に，高校１年生の授業用メイン教材として採用しました。これは，同じ科目を複数の担当者で担当する場合に，扱う内容の足並みを具体的に細かく揃えるためにも好都合でした。しかし，当時のFocus Goldシリーズは一般的に知名度が低く，本校も進化していく過程であったことから，有名なベストセラーを利用していかないと受験生の心理として心もとない気持ちが生じてしまうことがあったようで，学校の教材よりも塾・予備校の方に心がなびいてしまう傾向があり学校で配布する教材に苦慮することがありました。高校３年生の特別進学クラスにて書店で扱うベストセラーの教材を授業で利用しつつ，質問できない時間帯への対応，部活動引退後の空白部分の補い等を目指してFocus Gold　数学Ⅲ＋Cを配布したところ，夏休みの長期休暇中での自学自習用教材，あるいは困った時のサポートセンターの役目をFocus Goldがしっかりと果していたことを生徒から聞かされ，生徒目線での教材の選び方を実感することになりました。授業で扱うことのできる問題は限られ，いかに授業で扱った問題を核にしてその類題や発展形をできるようにしていくかが勝負になるところ，生徒の身丈に合った解説を持ち合わせた教材が手元にないと　自学自習を推し進めることが難しいということを改めて痛感することになりました。

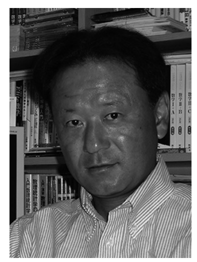
§新教育課程が導入されて

新教育課程が導入されてからの検定教科書が発行されるまでは，私立学校の多くは副教材またはプリントをメインとした授業展開をしている学校が多いと思われます。私自身，私学の教員としてスタートしたこともあり，効率性を考えて教科書を利用した授業展開はほとんど行ったことはありませんが，今回の教科書の検定制度の趣が変わり，授業や副教材で補っていた大切な事柄が検定教科書に取り上げられたことを機に，生徒にとって学びやすく，指導する側も授業を効率よく進められるような教材の活用について改めて考えるようになりました。

かつてプリント教材として起こしていたシナリオに沿った多くの部分を教科書の内容を利用し，教科書傍用問題集で教科書の不足部分を補っていくという平凡な流れではありますが，自ら進んで学ぶ姿勢を育てて受験に対応できるレベルにまで引き上げるために，副教材のFocus Goldシリーズを授業・課題・宿題用に活用することにしました。授業においては教科書と教科書傍用問題集を用いて受験の基礎レベルの理解を深めさせ，その内容の定着及び視野を広げさせるためにFocus Goldの例題や練習問題を啓林館テスト問題作成サイト「お助け先生」を活用して作成したWordのプリントを利用して，生徒自身が問題を解けるかどうかで，単にわかったつもりになっているのか？本当にできるようになっているのか？きちっと理解ができているかどうか？のセルフチェックを宿題の形で提出させるようにしました。提出の際は出来ている所はFocus Goldで自分の答案と比較してチェックさせ，我流の答案の良し悪しは私が赤でのチェック。出来ない場合は空白ではなく赤でFocus Goldの模範解答を考えながら欄を埋めるようにさせるようにしたり，定期考査の試験範囲や長期休暇の宿題では漠然と範囲を指定するのではなく，同一内容テーマの教科書例題→傍用問題集→Focus Goldの例題や練習問題をひとかたまりにして問題番号を指定して演習をさせて，同じテーマでも言い回しが変わるとできなくなってしまう生徒へも配慮をして，出来る者も出来ない者もともにFocus Goldに触れなければならない機会をつくり，より身近な存在となるように努めてFocus Goldが生徒たちにとっていざという時に自分の疑問等を払しょくさせることが可能なバイブルとなる1冊になるような配慮を行っています。その際，指定したFocus Goldの問題をすべてやってもらうのが理想ではありますが，初学者にとっては難しいと思われる小問が含まれている場合には，学年末(夏休み中等)までにできるようになればよいとか明確に表示して，今必ずできるようにしなければいけない問題と追い追いできるようにすればよい問題かを知らせるようにしています。一通りの学習を終えて入試問題タイプの総合問題演習を行う時期でかつ孤独と戦いつつ壁にぶつかったような時，きちっと仕上げたという満足感を持ったバイブルとなる参考書あるいは問題集が手元にあるということが計り知れない心の支えになるということが私自身も身を持って体験したことがあり，一人で追い込みをかけて仕上げている時の友となる参考書を学校の授業を通して準備させることを目指しています。私の高校生時代は大学への数学の解法の探求シリーズをバイブルとしていたので，数学好きの生徒に勧めたことがありましたが，期待した感動が得られないことが多く，私が学生時代に好んだ教材とゆとりの世代を過ごした世代が欲する教材には想像以上の大きな開きを感じました。今後は生徒達が取り組みやすいと思われる教材を紹介するだけでなく，高校に入学するまで学習塾内でしか学んだことのない者が多い中，高校生としての自宅等での自己学習の習慣をつけられない現状を考慮して，自ら進んで学ぶ生徒を育てるには教材の利用法から丁寧に指導をしていくことが必要になっているようです。

荒尾　吉宣　あらお よしのぶ

横浜市生まれ。東京理科大学理工学部数学科を卒業後，埼玉銀行（現りそな銀行）を経て現在，多摩大学目黒中学・高等学校数学科教諭　高1学年主任。趣味はゴルフ。



授業
実践記録

出前授業実践報告

埼玉県立熊谷西高等学校　山出秀明

1. はじめに

今年9月26日熊谷市立富士見中学校にて，『数について』の出前授業を行ったときの実践報告をします。

『数について』ということで，まず私たちが日頃使っている 10 進法に触れ，9 の倍数の見分け方，11 の倍数の見分け方を紹介しました。続いて，2 進法について展開しました。今まで中学生対象に授業をしたことがなかったので多少とまどいましたが，中学生たちはとても興味をもって授業に参加してくれました。以下，報告の内容ですが実際の授業とは多少異なります。

2. 10進法について

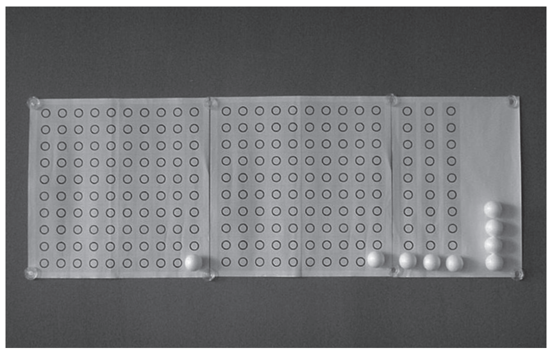
（1）10進法とは

10 進法は 0，1，2，3，…，9 の 10 個の数字で数を表す。

1，2，3，…，9 と数えて，9 の次は 10 となる。そして，10 の束を作っていき 10 が 10 個集まると 100，100 が 10 個集まると 1000，…のようになっている。

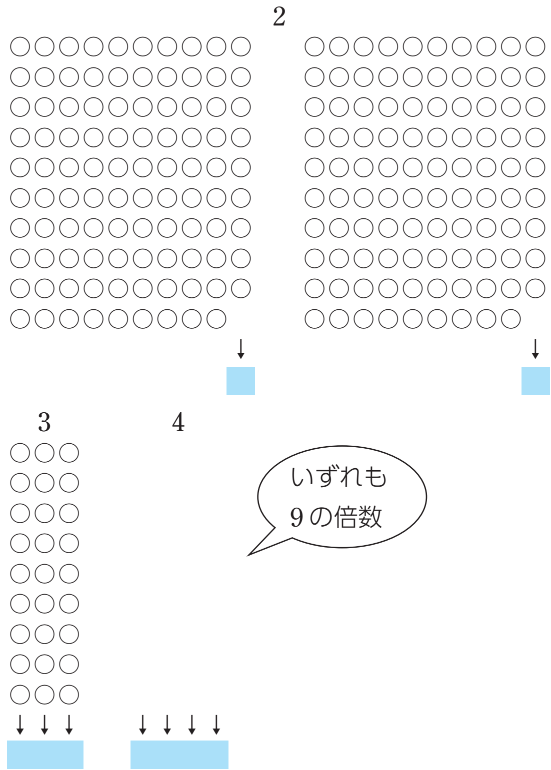
例えば，234 は，100 の束が 2 個と 10 の束が 3 個，そして 1 が 4 個集まったものである。

$2\times100+3\times10+4\times1=234$



（2）9の倍数の見分け方

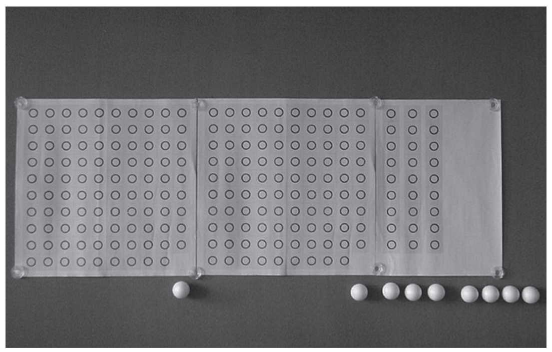
（例1）234 は9の倍数か？



これら（網掛け部分）の和が9の倍数になっていればよい。

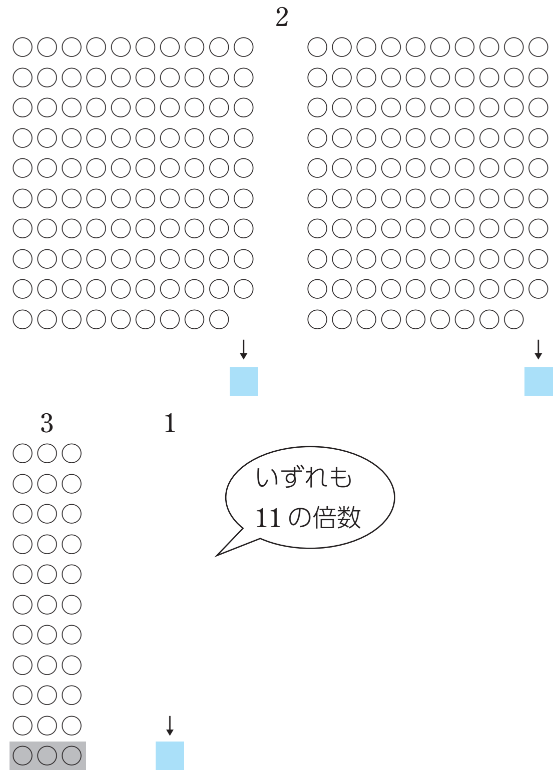
$2+3+4=9$　（9×整数）

だから，234 は 9 の倍数である。



（3）11 の倍数の見分け方

（例2）231 は 11 の倍数か？



借りてくる

これら（網掛けの部分）の和が 11 の倍数になっていればよい。

しかし，10 の位の 3 個は借りてきたので，返さなければならない。

したがって，$2-3+1=0$　（11×整数）

だから，231 は 11 の倍数である。

3. 2進法について

（1）数字当てマジック

1～31 の数字のうち，1 つの数字を決める。

次に下の①～⑯のカードからその数字の入っているカードをすべて選ぶ。

①のカード

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

②のカード

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

④のカード

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

⑧のカード

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

⑯のカード

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

その選ばれたカードから，数字を当てるというマジックです。

次にその仕組みについて説明しましょう。

たとえば，26 を選んだとしよう。

26 の入っているカードは，②，⑧，⑯のカードである。

step1　26 は 16 以上ですか？　Yes.

（26 の中に 16 の束がありますか？）

step2　残りの数 10 は 8 以上ですか？　Yes.

（$26-16=10$ の中に 8 の束がありますか?）

step3　残りの数 2 は 4 以上ですか？　No.

（$10-8=2$ の中に 4 の束がありますか？）

step4　残りの数 2 は 2 以上ですか？　Yes.

（2 の中に 2 の束がありますか？）

step5　残りの数 0 は 1 以上ですか？　No.

以上のように5 つの質問をしていたのです。

	⑯のカード	⑧のカード	④のカード	②のカード	①のカード
	Yes	Yes	No	Yes	No
26 =	1	1	0	1	0

すなわち，$16=2^4$ の束が 1 個，$8=2^3$ の束が 1 個，$4=2^2$ の束が0個，$2=2^1$ の束が 1 個，$1=2^0$ の束

が 0 個それぞれ必要であるということです。

10 進法　　　2 進法

16	$=$	2^4	$=$	10000
8	$=$	2^3	$=$	1000
4	$=$	2^2	$=$	100
2	$=$	2^1	$=$	10
1	$=$	2^0	$=$	1

したがって，26 を 2 進法で表すと，

$$\underset{10\text{進法}}{26}=\underset{10\text{進法}}{16+8+2}=\underset{10\text{進法}}{1\times2^4+1\times2^3+1\times2^1}$$

$$=\underset{2\text{進法}}{10000+1000+10}=\underset{2\text{進法}}{11010}$$

このように数字が与えられたら，2^n の大きいかたまりの方から順にとっていき，2^n がある場合は「1」，ない場合は「0」で数を標記していく，これが 2 進法である。

10 進法で表された数 1～31 を 2 進法で表すと，

10 進法	2 進法	10 進法	2 進法
1	1	16	10000
2	10	17	10001
3	11	18	10010
4	100	19	10011
5	101	20	10100
6	110	21	10101
7	111	22	10110
8	1000	23	10111
9	1001	24	11000
10	1010	25	11001
11	1011	26	11010
12	1100	27	11011
13	1101	28	11100
14	1110	29	11101
15	1111	30	11110
		31	11111

となります。

（2）2進法について

2 進法は，0 と 1 の 2 個の数字だけで数を表す。したがって，1 の次は，10 となる。そして，11，100，101，110，111，…

と続く。

2 進法の利点

「1 or 0」の 2 種類の数字で表されるので，数字の代わりに「ON or OFF」，「＋ or －」，「明 or 暗」，「長 or 短」，「凹 or 凸」などに置き換えることにより，様々なものに応用できる。例えば，コンピュータ，モールス信号，バーコード，点字など。

10 進法で表された数を2進法に直す

例えば，13 を 2 進数に直すと，

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

2 個ずつの束をつくる。

すると，

○○　○○　○○　○○　○○　○○　○

2 の束が 6 個とバラが 1 個できる。

$$2\,\underline{)\,13}\ \cdots1$$
$$6$$

次に，2 の束を 2 個ずつ束ねると，

○○○○　○○○○　○○○○

$2^2=4$ の束が 3 個できる。（2 の束は 0 個）

$$2\,\underline{)\ \ 6}\ \cdots0$$
$$3$$

さらに，$2^2=4$ の束を 2 個ずつ束ねると

○○○○○○○○　○○○○

$2^3=8$ の束が 1 個と，$2^2=4$ の束が 1 できる。

$$2\,\underline{)\ \ 3}\ \cdots1$$
$$1$$

以上の計算式を 1 つにまとめると，

$13=1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times1$

$=1101_{(2)}$

$$2\,\underline{)\,13}\ \cdots1$$
$$2\,\underline{)\ \ 6}\ \cdots0$$
$$2\,\underline{)\ \ 3}\ \cdots1$$
$$1$$

（3）2進法の加法

（例）　$110_{(2)}+11_{(2)}=1001_{(2)}$

（応用）$1+2+4+8+16+32+64+128=S$

を求めてみよう。

2進法で表すと，

$1_{(2)}+10_{(2)}+100_{(2)}+1000_{(2)}+10000_{(2)}+100000_{(2)}$

$+1000000_{(2)}+10000000_{(2)}=11111111_{(2)}$

この値に 1 を加えると，

$11111111_{(2)}+1_{(2)}=100000000_{(2)}=256$

よって，$S=256-1=255$

この計算方法を示すのに 2 進法のそろばんを作ってみました。近頃そろばんを習う生徒がめっきり少なくなったせいか，桁上がりの感覚を理解させるのに少し時間を要しましたが，2 進法の仕組みを直ぐに理解してくれる生徒もいました。

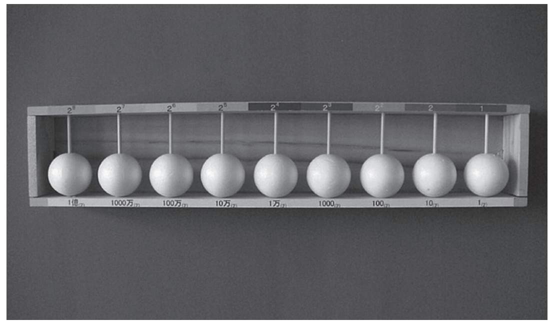
4. 最後に

感想として新しい数の概念（2 進法）を教えることは難しかったです。しかし，2 進法の活用の中で，アニメ映画『崖の上のポニョ』の 1 シーンでモールス信号が使われていることを紹介したところ，とても興味を示してくれました。

ところで，私事ですが今年教員免許更新のため大学で秋山仁先生の授業に参加しました。その授業の中で，秋山先生は話されていました。

『The good teacher explains, the superior teacher demonstrates, the excellent teacher inspires.』

そういう意味で，今回の出前授業では中学生に数について『 inspire 』することができたのではないかと思います。



山出　秀明　やまで ひであき

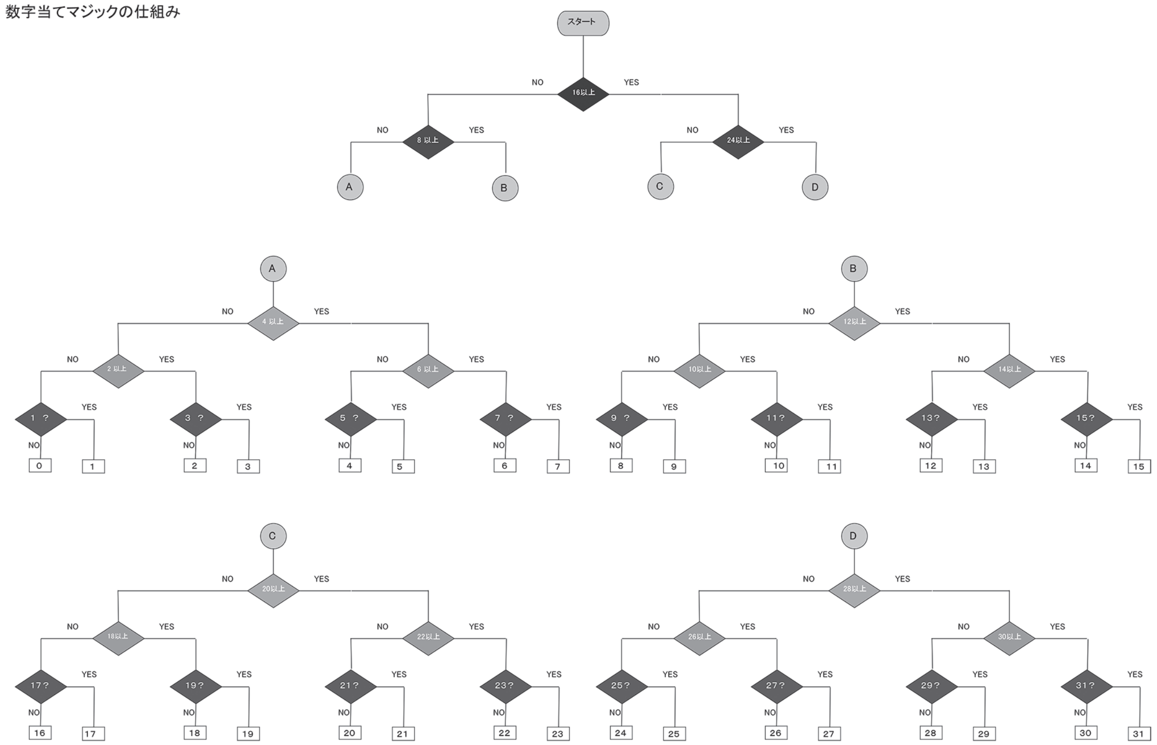
埼玉県深谷市生まれ

埼玉県立熊谷西高等学校　教諭

東京理科大学理学部応用数学科卒

趣味　教具作り　車

数字当てマジックの仕組み



授業
実践記録

課題学習のテーマ設定に「Focus Gold」を

福岡県立修猷館高等学校　平野義和

○はじめに

　修猷館高校は，福岡ソフトバンクホークスの本拠地ヤフードームの近くにある男女共学の福岡県立普通科の高等学校です。また，1784年に福岡藩の藩校として産声を上げ，現在まで230年に亘る歴史を有する学校でもあります。特に細かい校則もなく生徒の自主性を重んじており，運動会や文化祭などの行事は生徒による実行運営委員会が組織され生徒主体の運営のもとで行われています。部活動への入部率も高く，生徒は勉学だけでなく部活動や学校行事にも積極的に取り組み，文に武に精一杯励んでいます。

　本校では，平成20年度より2学期制を実施しており，定期考査は前期，後期各2回ずつ年間に4回行っています。数学は，1週間に1年で5時間，2年で文系5時間，理系6時間，3年で文系5時間，理系6時間の授業時間があります。決して多いとはいえない授業時間ですが，生徒が希望する大学に合格できる力を付けること，数学のよさを伝えることを目指して日々の授業を展開しています。

　『Focus Gold』に関しては，本校では発刊された平成19年度から生徒全員に持たせており，今年度で6年目になります。利用方法は，学年によって若干異なるのですが，生徒の自立した学習習慣を身につけさせるための教材という性格が最も強く，週末や長期休業中の課題にしたり，校内実力考査に数問を指定して出題したりすることもあります。また，教科書の例題等にはない，いわゆるプラスαの部分の補充にも使用しています。

　生徒は我々の狙いをよく理解してくれています。1年の最初の定期考査の時からその対策に『Focus Gold』を使っている者も少なくありません。1年の後半以降は，定期考査や実力考査の対策の教材として多くの生徒が利用しています。3年になると受験勉強の教材としても利用しています。各々の習熟度に合わせて例題やステップアップを中心に解き直している生徒をよく見かけます。

　余談ですが，本校の多くの生徒が受験する九州大学の今年度入試の理系数学において，『Focus Gold Ⅲ+C』の例題「円 $x^2+(y-1)^2=4$ を x 軸の周りに回転させてできる立体の体積」がそのまま出題され，直前に『Focus Gold』で最終確認をしていた生徒はとても驚いたと言っていました。(彼らの多くはめでたく合格しました。)

○課題学習のテーマ設定に『Focus Gold』を

　私は，今年度1年生を担当しています。ご存知のように，今年度より数学と理科については新課程となり，課題学習が導入されました。

　我々は課題学習の形態について，本校の生徒の実態を踏まえ，生徒にテーマを設定させてレポートを提出させるというものにしました。生徒に課題学習のテーマをどのように設定させればよいかについて，生徒に自らテーマを見つけさせて取り組ませる，教科書の後半に用意してあるものから選ばせる，我々がテーマをいくつか用意してそこから選ばせる，などの方法を提示しました。結果は，教科書の後半に用意してあるものから選んだ生徒が最多でした。数学の知識の少ない1年生にとって自分で課題を設定することは難しいのではないかと思っていたのですが，自らテーマを見つけて取り組んだ生徒が予想に反してたくさんいました。そのような中に，数は非常に少なかったのですが，『Focus Gold』を参考にテーマを設定した生徒がいました。

　全く自由にテーマを設定することは難しいかもしれませんが，そのヒントやきっかけを与えてやればそれを起点に自分でテーマを設定できる生徒はいるのではないかとも思って，『Focus Gold』のコラムなどを参考にテーマを設定するのもよいのだろうと言っていたからかもしれません。

　今回，その中から彼らが設定したテーマを3つ紹介します。

① “宝くじの賞金の期待値”

　[設定の理由]：教科書には載っていない数学A「確率」の期待値だが，授業では『Focus Gold』の例題を教材にして学習した。そこで，実際にこの夏の宝くじの期待値を求めてみた。

② “折り紙を使って角の3等分線を引く”

　[設定の理由]：数学Aの図形の性質で (目盛りのない定規とコンパスによる)作図を学んだ。そのとき，ギリシアの3大難問の1つである「角の3等分線」は作図不可能であることを聞いた。また，『Focus Gold』のP.510のコラムに折り紙を用いて「辺を3等分」する方法が紹介されている。それでは，折り紙を用いて「角を3等分」することはできないだろうか？

③ “「△ABC において，$B<C \Leftrightarrow b<c$」であることを余弦定理を使って証明する。”

　[設定の理由]：数学Aの教科書に「△ABC において，$b<c \Rightarrow B<C$」が成り立つことの証明が載っている。『Focus Gold』のP.489のコラムに平面図形で学んだ“角の2等分線と線分比”の性質について三角比(面積の公式)を利用した証明が載っている。それでは，「△ABC において，$b<c \Rightarrow B<C$」も三角比を利用して証明できないものだろうか？

①については，授業で学習した事柄を身の周りの具体的なもので実際に試したところが単純な例ではありますが評価できると思います。

②については，レポートの内容はインターネットで検索したものそのままのようでしたが，設定の理由にあるように，コラムをヒントに“3等分”と“折り紙”を結びつけた態度，すなわち角の3等分線を作図では出来ないが，折り紙を使ったら出来るのかもしれないと思って調べたその態度が評価できると思います。

③についても，設定の理由にあるように，数学Aの図形の性質で学習したことを，コラムをヒントに数学Ⅰの図形と計量(三角比)で学習したことを用いてとらえなおしている点が興味深く，評価できると思います。折角ですから，生徒が考えた③の証明を紹介します。

> 「△ABC において，$b<c \Leftrightarrow B<C$」
>
> **証明**
>
> $0^\circ<B<C<180^\circ$ だから
>
> $B<C \Leftrightarrow \cos B>\cos C \Leftrightarrow \cos B-\cos C>0$
>
> 余弦定理より
>
> $\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}-\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$
>
> $a>0,\ b>0,\ c>0$ より，両辺に $2abc$ をかけて
>
> $b(c^2+a^2-b^2)-c(a^2+b^2-c^2)>0$
>
> $bc^2+a^2b-b^3-ca^2-b^2c+c^3>0$
>
> $a^2(b-c)-bc(b-c)-(b^3-c^3)>0$
>
> $a^2(b-c)-bc(b-c)-(b-c)(b^2+bc+c^2)>0$
>
> $(b-c)\{a^2-bc-(b^2+bc+c^2)\}>0$
>
> $(b-c)\{a^2-(b^2+2bc+c^2)\}>0$
>
> $(b-c)\{a^2-(b+c)^2\}>0$
>
> $(b-c)(a+b+c)\{a-(b+c)\}>0$
>
> ここで，$a+b+c>0$，
>
> $a<b+c \Leftrightarrow a-(b+c)<0$　だから，
>
> $b-c<0 \Leftrightarrow b<c$
>
> よって，$B<C \Leftrightarrow b<c$　**終**

　スペースの都合で多少編集をしていますが，よくできた証明だと思います。数学Aの図形の性質では，十分条件であることと必要条件であることの証明をそれぞれしなければなりませんが，上記の方法ではその必要がありません。

　①，②，③のいずれも，課題学習の内容に合致したものであり，その目標を十分に達成できているのではないかと思います。

　『Focus Gold』のコラムは興味深いものが多く，生徒にとっては日頃の授業では気づくことのない

ようなことを取り上げてあるので，数学に対する印象を良くしたり，数学に対する学習意欲が増したりするなどの効果が期待できます。もっとも先生によっては今まで授業中で使っていた雑談ネタが書かれていて使えなくなったという方もいらっしゃいますが…。

何にせよ，『Focus Gold』のコラムの使い方としては面白いのではないかと思います。

○おわりに　～雑感～

教育課程も変わり「創造性の基礎を培う」ことが新たに挿入されたり，「数学的な見方や考え方のよさ」が数学の実用性などを含んだ「数学のよさ」に変更されたり，課題学習が導入されたりと数学を通して生徒に伝えなければならないことが少しずつ変化しています。生徒の方も，数学に対する意欲の質が変化してきていたり，演習量と成果の現れ方の間に決して比例するとはいえないような現象が現れてきていたりなど，やはり変化しています。そんな中にあって，「どうしたら数学ができるようになるのですか？」という質問だけは今も変わらず受け続けています。

先日，本校が毎年発刊している校誌の昭和36年度版を読む機会を得，そこに，当時の本校のある数学教師による「数学の勉強の仕方」という文章が掲載されているのを偶然見つけました。生徒や保護者から受ける質問「どうしたら数学ができるようになるでしょうか。何か勉強の方法が悪いのではないでしょうか。」に答えたものです。書かれていることは至極もっともなことなのですが，何とも味わいのある文章で，私自身今一度肝に銘じておかなければならないことでした。みなさんにその一部を紹介して終わりにしたいと思います。最後までお付き合いいただきありがとうございました。

『数学の問題には必ず答がある。その答を出す仕方が分かりさえすればよいのである。極めて優れた人であればその仕方も極めて簡潔で問題を見た瞬間に答が出たり，暗記力の素晴らしい人であれば数万ともいわれる問題の答を全部暗記して即座に答えたりすることもあり得る訳である。然し我々は，凡人が極めてありふれた方法で間違いなく答を出す方法が知りたいのである。その要領は今例に出した天才の真似をしないこと。又暗記をしないこと。克明に一歩一歩答に近づいて行くことより外に方法はない。

この一歩一歩ということが大切である。丁度リュックを背負って山登りをするときのような気持で一歩ずつ近づいて行く気持。未だ頂上は遠いが自分は次第に近づいているという希望を持って辛抱することが肝要である。然し山に登るとき地図の読み間違い等で道に迷うこともあろう。そんな時にうろたえてはいけない。ガムシャラに前に進むことばかりを考えて進退きわまることのないように，或場合には適当なところまで後戻りをすることも時によっては必要なことである。そうして苦労して頂上に着いた時の気持ちというものは実に言うに言い難いもので，苦労が多かった程答の出たときの気持ちはよいものである。よく生徒諸君の数学の勉強を見ていると山登りの紀行文を読んで山に登った気分になっている人が居る。言いかえると実際に自分では考えもせず解答書などを読んで答を出し，それで自分はひとかどの山登りをしたと言ったような連中には本当の山登りの気持ちは分からない。(途中略)

何れにしても数学の勉強は自分の頭と手で考え且計算し一歩ずつ目的に近づいて行く方法で臨むべきで，他人任せの本読みでは真の醍醐味は味わえない。登山によって身体が鍛錬されていくと同じように数学の勉強によって我々の頭脳が鍛錬されていくものとしたらたとえそのために多くの時間を費やしたとしても決して無駄ではないであろう。我々は決して大学の受験準備のために数学の勉強をしているのではないことを銘記して貰いたい。』

平野義和　ひらの よしかず
福岡県生まれ。東京理科大学理学部卒業。
現在，修猷館高等学校数学科教諭。

「Focus Gold」と新科目「数学活用」との連携を考える

フォーカスゴールド
編集委員
豊田 敏盟
Toshiaki Toyoda

近年の大学入試の数学問題において，複数の漸化式で表した数列を具体的に羅列させ，その数列の特徴を問うものを目にします。そこで，新科目「数学活用」の指導にも役立てばと思い，奇数と偶数が交互に並ぶ，次の数列 $\{a_n\}$ を考えました。

> $a_1=1$ で，a_n が奇数のときは $a_{n+1}=2a_n$
> a_n が偶数のときは $a_{n+1}=a_n+1$
> とする。
> 数列$\{a_n\}$ を初項から第15項まで書き上げ，
> この数列の特徴を調べよ。

実際に初項から第15項まで記すと，

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	
1	2	3	6	7	14	15	30	31	62	63	126	127	254	255	…

この数列から，生徒には次の特徴を挙げることを期待したいと思います。

【特徴1】第1階差 $\{b_n\}$ は次のとおり。

1　1　3　1　7　1　15　1　31　1　63　1　127　1　…

・奇数番目の項は 1，3，7，15，31，63，127，…で，2^l-1 $(l=1,\ 2,\ 3\cdots)$となる。

・偶数番目の項はすべて 1

この考えは，第1階差の一般項 b_n が求まれば，一般項 a_n の式化につながります。

【特徴2】$a_{n+4}-a_n=$(3 や 6 の倍数)である。

この考えは，数列 $\{a_n\}$ の各項を 3 や 6 で割った余りは循環する数列であることを示唆しています。

それでは，【特徴1】についてまとめてみましょう。

k は $k\geqq1$ なる自然数として，

k が奇数のとき$b_k=2^{\frac{k+1}{2}}-1$ で，k が偶数のとき $b_k=1$ ですから，

$$b_k=\frac{1+(-1)^k}{2}\times1+\frac{1-(-1)^k}{2}\times\{2^{\frac{k+1}{2}}-1\}$$

これを整理すると，

$$b_k=(-1)^k+(\sqrt{2})^{k-1}+(-\sqrt{2})^{k-1}$$

となります。

よって，$n\geqq2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$$
$$=1+\sum_{k=1}^{n-1}\{(-1)^k+(\sqrt{2})^{k-1}+(-\sqrt{2})^{k-1}\}$$

から

$$a_n=1-\frac{1-(-1)^{n-1}}{1+1}+\frac{(\sqrt{2})^{n-1}-1}{\sqrt{2}-1}+\frac{(-\sqrt{2})^{n-1}-1}{(-\sqrt{2})-1}$$
$$=\frac{(-1)^{n-1}-3}{2}+\{(\sqrt{2})^n+(-\sqrt{2})^n\}+\{(\sqrt{2})^{n-1}+(-\sqrt{2})^{n-1}\}$$

が求められます。

【注意】$\dfrac{1+(-1)^k}{2}$ や $\dfrac{1-(-1)^k}{2}$ は，k が偶数，奇数で，1 や 0 となる便利な式です

次に，【特徴2】の

$a_{n+4}-a_n=$(3 や 6 の倍数) である

を説明してみましょう。

(i)　a_n が奇数のとき

$a_n=2m-1$ (m は自然数) として，a_{n+1}，a_{n+2}，a_{n+3}，a_{n+4} を順に求めると，$a_{n+4}=8m-1$ となり，$a_{n+4}-a_n=6m=$(3 や 6 の倍数)

(ii)　a_n が偶数のとき，

$a_n=2m$ として，a_{n+1}，a_{n+2}，a_{n+3}，a_{n+4} を順に求めると，$a_{n+4}=8m+6$ となり，$a_{n+4}-a_n=6(m+1)=$(3 や 6 の倍数)

ここで，$a_{n+4}-a_n=$(3 の倍数) は，a_{n+4} と a_n は 3 で割った余りが等しいことを示しています。また，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=3$，$a_4=6$ より，これらを 3 で割った余りは，それぞれ 1，2，0，0 です。

同様に，$a_{n+4}-a_n=$(6 の倍数) から，a_{n+4} と a_n を 6 で割った余りが等しく，a_1，a_2，a_3，a_4 を6 で割った余りは，それぞれ 1，2，3，0 です。

つまり，数列 $\{a_n\}$ の各項を 3 で割った余りを並べた数列は 1，2，0，0 が循環し，6 で割った余りを並べた数列は 1，2，3，0 が循環します。

さらに調べると，$a_{n+6}-a_n=$(14 の倍数) となり，14 で割った余りは，1，2，3，6，7，0 が循環します。このように考えを進めると，この数列の教材は整数問題に発展しますね。

Focus Goldでは近年の入試問題の傾向を反映させるとともに，例題の解説やコラムの中で，このような数学的な見方・考え方を育てる編集にも心掛けています。

最後に，近年の入試問題の類題として，次の岡山大学（2011年入試）を挙げておきます。この問題では，漸化式の場合分けを，a_n の添字(index) n で行っています。

数列 $\{a_n\}$ が次のように帰納的に定められている。

$$a_1=0,\quad a_{n+1}=\begin{cases}2a_n & (n\text{ が奇数のとき})\\ a_n+1 & (n\text{ が偶数のとき})\end{cases}\ (n=1, 2, 3\cdots)$$

(1) a_{10} を求めよ。

(2) n が奇数の場合と偶数の場合それぞれについて，a_{n+4} を a_n で表せ。

(3) a_n を 3 で割ったときの余りを求めよ。

「Vol.3 の問題の解説」

Vol.3 で挙げた次の問題について解説します。

> 容積が 32m^3 のふたのない直方体の箱を薄いプラスチックで作る。材料を最小にするには，どんな寸法にすればよいか。

【偏微分を使う場合】

直方体の縦，横，高さの長さをそれぞれ x，y，z とすると，

体積 $V=xyz=32$ …①

箱の外側の表面積 $S=xy+2yz+2zx$ …②

①から $z=\dfrac{32}{xy}$，これを②に代入すると

$$S=xy+2y\cdot\frac{32}{xy}+2\cdot\frac{32}{xy}\cdot x$$
$$=xy+\frac{64}{x}+\frac{64}{y}$$

では，$\dfrac{\partial S}{\partial x}=y-\dfrac{64}{x^2}=0$ とすると，

$x^2y=64$ …③

同様に，$\dfrac{\partial S}{\partial y}=x-\dfrac{64}{y^2}=0$ とすると，

$xy^2=64$…④

この③，④を連立して実数 x，y を求めると，

$x=y=4$

一方，$\dfrac{\partial^2 S}{\partial x^2}=\dfrac{128}{x^3}$，$\dfrac{\partial^2 S}{\partial y^2}=\dfrac{128}{y^3}$ で，$x>0$，$y>0$ であるから $\dfrac{\partial^2 S}{\partial x^2}>0$，$\dfrac{\partial^2 S}{\partial y^2}>0$ となり，関数 S のグラフは常に下に凸である。

以上から，$x=y=4$，$z=2$ にて，表面積 S の最小値は 48m^2

【相加平均≧相乗平均の関係を利用する場合】

$A=xy$，$B=2yz$，$C=2zx$ とおき，$x>0$，$y>0$，$z>0$ から，相加平均≧相乗平均の関係を使うと

$$\frac{S}{3}=\frac{xy+2yz+2zx}{3}\geqq\sqrt[3]{(xy)(2yz)(2zx)}$$
$$=\sqrt[3]{4(xyz)^2}$$

よって，$S\geqq3\cdot\sqrt[3]{4(xyz)^2}$

（等号は $xy=2yz=2zx$ のとき）

そして，$xyz=32$ より，

$$S\geqq3\cdot\sqrt[3]{4\times(32)^2}=48$$

以上から，$x=y=4$，$z=2$ にて，表面積 S の最小値は 48m^2

「センター試験数学について」

フォーカスゴールド
編集委員
竹内 英人
Hideto Takeuchi

今回は，時期も迫ってきた，センター試験についてのお話しをしようと思います。12月に入ると多くの学校でセンター対策の講義が行われているかと思います。この時期，センター試験の数学指導はどのように行っていくのが良いのでしょうか？センター試験は「答えがあっていれば良い」とはいうものの限られた時間の中で，多くの問題を処理する能力が求められます。そういった意味では，センター試験特有の解法テクニックも教えておいた方が良いかも知れません。Focus Goldにおいてもそうしたテクニックは可能な限り掲載してあります。（例えば，Focus Gold数学Ⅰ＋Aでは，「加重重心(p.512)」，数学Ⅱ＋Bでは，p.426，p.430，p.432に「面積公式」を，少しマニアックなところで，Focus Gold数学Ⅱ＋Bでは，「空間における加重重心(p.670)」について取り上げてあります。）確かに，このようなテクニックは，時間短縮という面では大いに助かりますが，センター試験対策としてこのようなテクニック的な話ばかりをするのも考えものです。やはり，あくまでも数学という学問を教えるわけですから，センター試験の数学といえども，「知識・技術」だけを教えるのではなく，「知恵」を授けていきたいものです。そこで，今回は，センター試験の過去問を題材に，普段，私がどのような授業を心がけているかお話しいたします。かなり，昔の問題ですが，結構，話題になった問題ですので覚えてみえる先生方も多いと思います。ちなみに，この年，僕も受験生を担当していて，センター試験から戻ってきた生徒に聞くと，「一瞬，焦って頭が真っ白になった。でも普段から公式を導く練習をやっていたから出来ました！！」と嬉しそうに報告してくれたのを今でも覚えています。

次がその問題です。

> （問） $0^\circ\leqq\theta\leqq90^\circ$ の範囲で，関数
> $g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$ を考える。
> $g(\theta)=\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}\cos(\theta+\boxed{トナ}^\circ)$ と表せる。
> （1998年度センター本試　角度は度数法のまま）

先生方にとってみれば何のことはない問題ですが，普段から，三角関数の合成を，「丸暗記」していた生徒にとっては出来が良くなかったようです。そこで，いつものように，先生方も一瞬，手を止めて，普段どのように，「三角関数の合成」について指導しているか思い出してみて下さい。果たして，その指導で，生徒さんは上の問題が解けたでしょうか？では，ここで，一般的に教科書に載っている，「三角関数の合成」について示しておきます。

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)\quad\cdots①$$
$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\beta)\quad\cdots②$$

ただし，α は $\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

β は $\cos\beta=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$\sin\beta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

多くの受験生は上記①について知っているでしょう。（実際，教科書では①のみ掲載されていることが多い。）しかし，sin を用いて合成する①式は覚えているけれど，②の「cos を用いる方法は？」と聞いたら，「知りません」とする生徒が多いの

ではないでしょうか。センター試験で大事なのはまさしくここだと思うのです。つまり，答えを出すために，色んなテクニックを覚えるのではなく，マーク式試験のように，とにかく答えを出さねばならない場合に，②を覚えていなかったならばどうしたらいいだろうか？と自分自身で「ひねり出す力」があるかどうかです。そのためには，日頃から，「ひねり出す」だけの土台を作っておかなければなりません。
今回はこの問題を色んな方向から眺めることによって，「ひねり出す力を育てる指導のヒント」をお伝えできればと思います。（ここでは，解答風に書かせていただきます）

(方法1)加法定理の利用

$$g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$$

⇩

$$g(\theta)=\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}\cos(\theta+\boxed{\text{トナ}}^\circ)$$

が，わからないので，逆を考える。

$\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ や$\boxed{\text{トナ}}^\circ$ ではやりづらいので，

$r=\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$，$\alpha=\boxed{\text{トナ}}^\circ$ とおいて，

$$g(\theta)=r\cos(\theta+\alpha)$$

⇩

$$g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$$

を考える。

加法定理より，

$$r\cos(\theta+\alpha)=r(\cos\theta\cos\alpha-\sin\theta\sin\alpha)$$

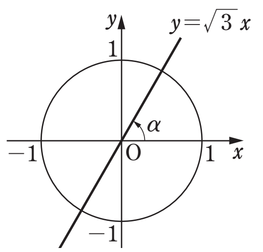
であるから，

$$\begin{cases} r\cos\alpha=\sqrt{2} \\ r\sin\alpha=\sqrt{6} \end{cases}$$

となる。

$$\frac{r\sin\alpha}{r\cos\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow\tan\alpha=\sqrt{3}$$



$\alpha=60^\circ$ とすれば (240° などは$\boxed{\text{トナ}}^\circ$ に入らない)

$\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$，$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より，

$r=2\sqrt{2}$

よって

$\underline{g(\theta)=2\sqrt{2}\cos(\theta+60^\circ)}$ (答)

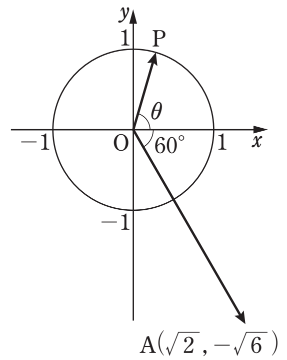
(方法2)内積の利用

$$\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$$
$$=(\sqrt{2},\ -\sqrt{6})\cdot(\cos\theta,\ \sin\theta)$$

と，式を考える。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(\sqrt{2},\ -\sqrt{6})$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(\cos\theta,\ \sin\theta)$

とすると，A は定点，P は単位円 $x^2+y^2=1$ 上を動く。



図のように，O，A，P を考えれば，

$$\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$$
$$=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$
$$=|\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OP}}|\cos(\theta+60^\circ)$$
$$=\sqrt{2+6}\cdot1\cdot\cos(\theta+60^\circ)$$
$$=\underline{2\sqrt{2}\cos(\theta+60^\circ)}\text{ (答)}$$

(方法3) $\sin(90^\circ+x)$ の公式を用いる。

(sin を用いて合成する公式は覚えていたとして,)

$$\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$$
$$=2\sqrt{2}\sin(\theta+150^\circ)$$

は，できる。

角度を $\theta+150^\circ=90^\circ+(\theta+60^\circ)$ と考えれば

$$2\sqrt{2}\sin\{90^\circ+(\theta+60^\circ)\}$$
$$=\underline{2\sqrt{2}\cos(\theta+60^\circ)}\text{ (答)}$$

(方法4)恒等式（？）を利用する。

(方法1)のように，r と α を用いて，

$$g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta=r\cos(\theta+\alpha)$$

と表せたとする。

適当な数値を θ に代入することで r と α を求めることができる。

$\theta=0^\circ$，90° のときに成り立っていることが必要である。

$\theta=0^\circ$として，

$$\sqrt{2}\cdot1-\sqrt{6}\cdot0=r\cos\alpha$$
$$\sqrt{2}=r\cos\alpha$$

$\theta=90^\circ$ として

$$\sqrt{2}\cdot0-\sqrt{6}\cdot1=r\cos(90^\circ+\alpha)$$
$$-\sqrt{6}=-r\sin\alpha$$

よって，連立方程式

$$\begin{cases} \sqrt{2}=r\cos\alpha \\ \sqrt{6}=r\sin\alpha \end{cases}$$

を解くと(方法1)と同様に，$r=2\sqrt{2}$，となり，$\alpha=60^\circ$ である。

$\underline{g(\theta)=2\sqrt{2}\cos(\theta+60^\circ)}$ (答)？

もちろん，これは任意の θ で考えるところを，$\theta=0^\circ$，$\theta=90^\circ$ の2つのみを調べているので必要条件であって，十分条件ではありません。記述の入試，模試では当然，十分条件であることを示さねばならないでしょう。(例えば $\cos(\theta+60^\circ)$ に加法定理を用いる)

しかし，センター試験，マーク試験などでは，そんな「きれいごと」も言っていられないので，必要条件とは，

- $\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ のマークに入る答えがもしあるならば $2\sqrt{2}$ であるし
- $(\theta+\boxed{\text{トナ}}^\circ)$ のマークに入る答えがもしあるならば 60° である

ということで対応するわけです。(これは技術ではなく知恵ですね)

この「もしあるならば」の部分については，大学入試センター側が「ある」といってくれているわけですから，出題ミスでなければ，

$g(\theta)=2\sqrt{2}\cos(\theta+60^\circ)$ となります。

「センター試験では，マークシートの穴うめ部分に代入して成り立つような数の組を何か1つでも見つければ，（出題ミスがなければ）答えのはず」，というわけです。

こういった機転（これも知恵？）もセンター試験では重要となってきます。

以上，基本的な1問から，色々な考えを探ってみました。

私が日頃から高校生を指導するときに繰り返し言うことは，「基礎･基本を大事にしなさい。」，「基礎の中に本質が見えてくる。基本的な問題こそ，色々な考え方をしてみなさい」です。私自身，数学が得意になる一番のコツは，「基本的な問題について色々な考え方をしてみる（別解を考える）」ことだと思っています。別解の大切さは，どの先生方も異論の無いところだと思いますが，応用問題になれば，別解が多く見つかるのは当たり前です。私が強調したいのは，教科書レベルの問題の中で，いかに色んな考え方が出来るかということです。そういった意味では，センター試験の問題は非常によく練られていて，色んな考え方が出来る良問が多いと思います。「たかがセンター，されどセンター」，どうせ指導するなら目先の結果だけではなく，本当の数学力が身につく，センター試験対策指導をしたいものですね。

本文の内容にご意見，ご感想がある方は，takeuchi@meijo-u.ac.jpまで(お気軽にメール下さい。)

真の数学力が身につく

Focus Gold
フォーカス・ゴールド

1. 『先に進める学習』と『基本も押さえる』に応えた「マスター編」
   フォローアップ（進める学習）とフィードバック（振り返り学習）で入試に必要な学力が確実に身につきます。
2. 入試問題を丁寧に解説した「チャレンジ編」
   ワンポイントレッスンで難関国公立・私立大学入試への対応力が身につきます。
3. 充実したコラム
   数学への興味や知識の深まりなどが感じられる内容になっています。

A5判
3色刷

新課程 数学Ⅰ+A
新課程 数学Ⅱ+B
新課程 数学Ⅲ
○数学Ⅲ H25年度発刊予定

入試に必要な「数学の本質」が確実に身につく

システム数学　2013年入試必修問題集

- 河合塾の徹底した入試分析で良質の問題を厳選
- 難関国公立・私立大学の入試に向けた実戦対応力が強化できる
- 入試に必要な重要問題で構成したテーマ別問題と，最近の傾向を学習できる総合演習問題の2部構成

改　訂 **数学Ⅰ·Ⅱ·A·B** A5判
176頁／定価620円（本体590円）
【解答（別売）】A5判／248頁／定価490円（本体467円）

改　訂 **数学Ⅲ·C** A5判
124頁／定価480円（本体457円）
【解答（別売）】A5判／192頁／定価520円（本体495円）

理数教育の未来へ
啓林館
http://www.shinko-keirin.co.jp/

〒543-0052　大阪市天王寺区大道4-3-25　TEL.06-6779-1531　FAX.06-6779-5011
〒113-0023　東京都文京区向丘2-3-10　TEL.03-3814-2151　FAX.03-3814-2159
〒003-0005　札幌市白石区東札幌5条2-6-1　TEL.011-842-8595　FAX.011-842-8594
〒461-0004　名古屋市東区葵1-4-34 双栄ビル2F　TEL.052-935-2585　FAX.052-936-4541
〒732-0052　広島市東区光町1-7-11 広島CDビル5F　TEL.082-261-7246　FAX.082-261-5400
〒810-0022　福岡市中央区薬院1-5-6 ハイヒルズビル5F　TEL.092-725-6677　FAX.092-725-6680

20121201