

練習問題

1 四則演算 次の計算をなさい。

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------------------------------|
| (1) $7-25$ | (2) $(-51)+29$ |
| (3) $-6-(-16)$ | (4) $(-8)\times 12$ |
| (5) $(-10)\times(-56)$ | (6) $460\div(-4)$ |
| (7) $3+7-15-6$ | (8) $(-5)-70\div 14$ |
| (9) $20\times 3-(-18+7)\times 5$ | (10) $25\times(-14)+75\times(-14)$ |
| (11) $(-0.1)\times(0.6-1.5)$ | (12) $2+\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)\times(-12)$ |

計算の順序を
思い出そう!!



2 指数 (1)~(4)は□を埋めなさい。(5)~(7)は計算しなさい。

- | | |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| (1) $0.3\times 0.3\times 0.3=0.3^{\square}$ | (2) $-5\times 5\times 5\times 5=\square^{\square}$ |
| (3) $21000=2.1\times 10^{\square}$ | (4) $6.4\times 10^3=\square$ |
| (5) $(-2^3)\times(-5^2)$ | (6) $(-2)^3-(3^2-5)$ |
| (7) $(-0.2^2)\times(4-14)+3-4\times 3$ | |

うん...指数って
何だったっけ!?



$100=10^2$...

3 平方根 次の計算をなさい。

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $\sqrt{2}\times\sqrt{4}+\sqrt{2}$ | (2) $\sqrt{0.8}\times\sqrt{0.2}+0.1$ |
| (3) $\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\frac{1}{18}}-\frac{3}{14}\times\frac{7}{5}$ | |

4 文字式 次の計算をなさい。

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| (1) $9x-x$ | (2) $5x+7+3x$ |
| (3) $100(0.3x-1.05)$ | (4) $(0.9x+12)\div 3$ |
| (5) $6(x-0.4)+0.2(5x+7)$ | |

確か...同じ文字で
まとめるんだよね...



練習問題

5 因数分解 次の値を因数分解しなさい。

- | | |
|-----------------|------------------|
| (1) $2x^2-x$ | (2) x^2-36 |
| (3) $a^2-2a-15$ | (4) $-10x+9+x^2$ |

かけたら元に戻
るんだっけね



6 1次方程式 次の1次方程式を解きなさい。

- | | |
|------------------------|------------------------------------------------|
| (1) $3000-11x=2400-5x$ | (2) $a-2(3a+1)=18$ |
| (3) $0.2x-4=-0.1x+5$ | (4) $\frac{2}{5}x-3=\frac{3}{10}x+\frac{1}{2}$ |

7 2次方程式 次の2次方程式を解きなさい。

- | | |
|--------------------|-------------------|
| (1) $(x-2)(x+7)=0$ | (2) $4a(3+a)=0$ |
| (3) $x^2-3x+2=0$ | (4) $2x^2+4x-6=0$ |
| (5) $x^2=2x-1$ | (4) $2x(x+4)=10$ |

0になるような数値
を見つけるんだ!!



8 連立方程式 次の連立方程式を解きなさい。

- | | |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| (1) $\begin{cases} 2x-7y=9 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ | (2) $\begin{cases} y+x+4=2x-5 \\ y-1=-3(x-2) \end{cases}$ |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|

同時に満たす値を
見つけるんだね...



解答 1(1)-18 (2)-22 (3)10 (4)-96 (5)560 (6)-115 (7)-11 (8)-10 (9)115 (10)-1400 (11)0.09 (12)-11

2(1) 0.3^3 (2) 2^4 (3) 10^4 (4) 6400 (5)200 (6)-12 (7)-8.6 3(1) $3\sqrt{2}$ (2)0.5 (3) $-\frac{2}{15}$

4(1)8x (2)8x+7 (3)30x-105 (4)0.3x+4 (5)7x-1

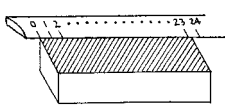
解答 5(1) $x(2x-1)$ (2) $(x+6)(x-6)$ (3) $(a+3)(a-5)$ (4) $(x-1)(x-9)$ 6(1) $x=100$ (2) $a=-4$ (3) $x=30$ (4) $x=35$

7(1) $x=2, -7$ (2) $a=0, -3$ (3) $x=1, 2$ (4) $x=1, -3$ (5) $x=1$ (6) $x=1, -5$ 8(1) $x=1, y=-1$ (2) $x=4, y=-5$

基本整理

Step 1

① 測定値と有効数字



目盛りと目盛りの間は
目分量で読む...

1目盛りが1cmのものさしで箱の上面の横の長さを測定したとき、23.4 cm という測定値を得た。このとき、「23」は「確か」な数で、「4」は目盛りと目盛りの間を目分量で $\frac{1}{10}$ まで読んだ「不確か」な数である。これを

$$23.\overset{\times}{4} \text{ cm}$$

と書くことにする。4の上に×印をつけたのは、23.3かもしれないし23.5かもしれない「不確かさ」をもつからである。

同様に縦の長ささと高ささを測定したとき、 $2.\overset{\times}{2}$ cm と1.2 cm という測定値を得た。このような、計算に使える意味のある数字を有効数字という。

23.4は有効数字3桁

2.2は有効数字2桁

1.2は有効数字2桁

という。

桁数が多いほど、
より精度の高い数値
ということなんだ...



② 有効数字の表し方 数値の精度をはっきりさせるために、次のように表す。

$$218 \text{ mm (3桁)} \rightarrow 2.18 \times 10^2 \text{ mm}$$

$$218.0 \text{ mm (4桁)} \rightarrow 2.180 \times 10^2 \text{ mm}$$

$$0.0203 \text{ mm (3桁)} \rightarrow 2.03 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

$$0.02030 \text{ mm (4桁)} \rightarrow 2.030 \times 10^{-2} \text{ mm}$$



数字の始まりを一の位
から書くんだ!!

③ 有効数字を使った計算

① 答えをどこまで書くか?

①の測定値を使って、箱の上面の面積を求めてみよう。面積は、横×縦で、

$$23.\overset{\times}{4} \times 2.\overset{\times}{2} = 51.48$$

である。さて、答えはどこまで書くのだろうか?

計算を縦書きにしてみると、

$$\begin{array}{r} 23.\overset{\times}{4} \\ \times 2.\overset{\times}{2} \\ \hline 46\overset{\times}{8} \\ 51.\overset{\times}{4}8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 8 \\ \hline 14 \\ \hline \end{array}$$

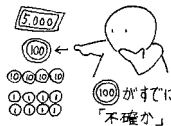
繰り上がりは
ほぼ正確とする

数字の上に×がついた「不確か」な数を掛ける場合は、その掛けた結果も「不確か」と考えられるので、結果の数字の上にも×をつけた。繰り上がりは「確か」と考えてよい。ここで、一の位の1がすでに「不確か」なので、それよりも下の4や8はあまり意味がない。そこで小数第1位の4を四捨五入して、

$$5\overset{\times}{1} \text{ cm}^2 \dots\dots \text{面積}$$

有効数字が3桁と2桁の数の掛け算では、計算結果は小さいほうの桁数(2桁)にそろえる。

例えば、5148円持っていて、100円の位が200円か0円かもしれないので、10円の位が50円だろうと30円だろうと、また1円の位が9円だろうと7円だろうとほとんど関係ない!



② 計算途中は1桁多めに残す

最初の測定値を用いて箱の体積を求めてみよう。体積は、横×縦×高さで掛け算を2回行うが、計算の順によって3通りある。このとき、計算途中の結果を1桁多めに取って計算していくと、最後の答えはほとんどずれない。

$$\begin{aligned} (23.\overset{\times}{4} \times 2.\overset{\times}{2}) \times 1.\overset{\times}{2} &= (51.\overset{\times}{48}) \times 1.\overset{\times}{2} \\ &= (51.\overset{\times}{5}) \times 1.\overset{\times}{2} = 61.\overset{\times}{8} \approx 62 [\text{cm}^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23.\overset{\times}{4} \times (2.\overset{\times}{2} \times 1.\overset{\times}{2}) &= 23.\overset{\times}{4} \times (2.\overset{\times}{64}) \\ &= 61.\overset{\times}{776} \approx 62 [\text{cm}^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (23.\overset{\times}{4} \times 1.\overset{\times}{2}) \times 2.\overset{\times}{2} &= (28.\overset{\times}{08}) \times 2.\overset{\times}{2} \\ &= (28.\overset{\times}{1}) \times 2.\overset{\times}{2} = 61.\overset{\times}{82} \approx 62 [\text{cm}^3] \end{aligned}$$



数値によっては計算順で答えが
61だったり63だったりすることもある。

62は61かも63かも知れない
のだから、違ってもいいんだよ!!

基本整理

Step 1

④ 有効数字の計算のまとめ(⇒後ろ見返し)

① 掛け算・割り算

測定値の掛け算・割り算では、計算結果(答え)は有効数字の小さいほうの桁数にそろえる。

② 途中の計算(1)

計算結果が最終的な結果(答え)でなく、次の計算のための途中の値であるときは、1桁多く取る。

③ 途中の計算(2)

問題が小問に分かれているとき、前の小問の結果(答え)を次の小問の計算に使うときも、(1)と同様、途中の値とみなせるので、1桁多く取った数値を用いる。

④ 足し算・引き算

測定値の足し算・引き算では、有効数字の末尾の位が最も高いものに位取りをそろえる。

$$\begin{array}{r} 62.\overset{\times}{3} \\ + 2.\overset{\times}{46} \\ \hline 64.\overset{\times}{76} \end{array} \rightarrow 64.\overset{\times}{8} \dots\dots \text{答え}$$

⑤ 確定した数

確定した数は、有効数字の桁数を考えない。問題で与えられた数値は必ずしも「測定値」とは限らない。

「2.4 kgの3倍の質量で…」や「6.5 m/sで8秒間進む…」の3や8は確定した数とみなし、有効数字の桁数はほかの数値(2.4や6.5)で考える。

⑥ 定数など

π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ や定数などが出てきた場合、ふつう求める有効数字の桁数より1桁多い値を用いる(ふつう3桁でよい)。

$$3.\overset{\times}{8} \pi \approx 3.\overset{\times}{8} \times 3.14 = \dots\dots$$

$$\sqrt{2} \approx 1.41 \quad \sqrt{3} \approx 1.73 \quad \sqrt{5} \approx 2.23$$

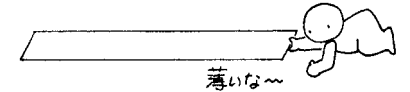
⑦ 結果はずれる!!

計算の順番によっては、結果(答え)の末尾の数は±1程度ずれることがある。これは間違いではない。末尾の数はもともと不確かさをもっている。

チェック

Step 2

① 面積・体積の計算 薄い板があり、長さは1374.2 mm、幅は66.3 mmだった。ものさしの最小目盛りは1 mmで、目盛りの間は目分量で読むんだ。



(1) 板の面積はいくらか。

(2) 厚さを同じものさしで測定したところ、2.4 mmだった。板の体積はいくらか。

(3) 面積がせっかく有効数字3桁まで求められたのだから、厚さも精度を上げて測定するために0.01 mmまで測定することができるノギスで測定したところ、厚さは2.36 mmだった。板の体積はいくらか。

② 質量の測定 約2 gの微量物質の質量を測定するために次の操作を行った。

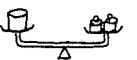
A: なるべく空気に触れないように計測用の瓶に入れ、瓶ごと精密てんびんで質量を測定したところ、32.7143 gであった。

B: 次に瓶の微量物質を別の容器に移した後、空の瓶だけ上皿てんびんで質量を測定したところ、30.64 gであった。

(1) 微量物質の質量はいくらか。

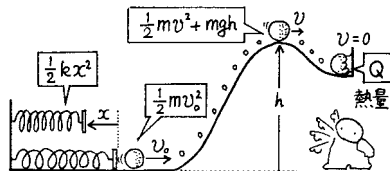


(2) もっと精度よく質量を測定するためには、先の操作をどのようにすればよいか。



基本整理 Step1

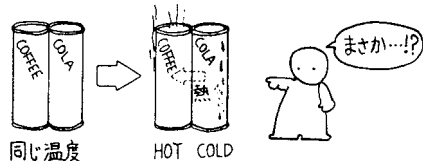
① **エネルギー保存の法則** エネルギーはいろいろな形に変換することができる。元のエネルギーの総量は増減せず、一定不変である。



$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = Q = \text{一定}$$

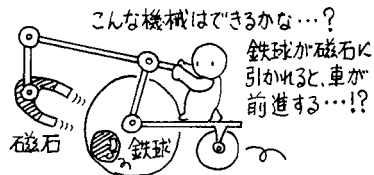
② **不可逆変化** ひとりでに逆向きに進まない変化。

高温の物体と低温の物体を接触させておくと、熱は高温の物体から低温の物体へ移動し、やがて同じ温度になる。しかし、同じ温度の状態から熱がひとりでに移動して温度差を生じることはない。



☆ 粘土の塊をある高さから地面に落とすと、粘土が初めにもっていた重力による位置エネルギーが運動エネルギーに変わり、そして最後に熱に変わる。この落ちた粘土に熱が集まり、ひとりでに粘土が元の高さに飛び上がることはない。

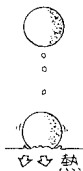
③ **熱力学第2法則** 不可逆変化の向きを表す法則。別の表現として、「与えられた熱のすべてを仕事に変換する熱機関は存在しない」。



チェック Step2

128^① **エネルギーの変換** 失われた力学的エネルギーがすべて熱になるとしたとき、次の各場合に発生する熱量は何Jか。

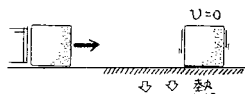
(1) 質量 10 kg の鉄球が高さ 5.0 m から自由落下して、地面に着地して止まった。



(2) ばね定数 100N/m のばねを、自然の長さから 0.40 m 縮めて小球を打ち出したら、小球は壁にくっついて止まった。



(3) 速さ 10m/s で動いている質量 8.0 kg の物体が、摩擦のある水平面上をすべって止まった。



129^{②④} **熱** 次の記述は熱に関するものである。正しいものはどれか。

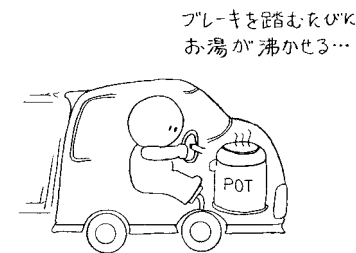
- ① 物体に一定量の熱を加えたとき、熱容量が同じならば、質量が大きいほど温度変化が大きい。
- ② 高温の物体と低温の物体を接触させたとき、接触面を通して高温の物体から流出した熱量は、低温の物体に流入した熱量より小さい。
- ③ 1つの熱源から熱を取り入れ、同じ熱源に熱を放出することにより熱機関をはたらかせることができる。
- ④ 与えられた熱のすべてを仕事に変える熱機関はつくることができない。

練習問題 Step3

130 **エネルギーの変換** 72 km/h で走っている質量 1.0×10^3 kg の自動車ブレーキをかけて、その摩擦により停止した。

(1) 自動車の運動エネルギーのすべてが摩擦によって発生した熱になったとすると、何Jの熱が発生するか。

- (2) この発生した熱を利用して、0.50 kg の水をあたためる装置をつくった。もし、発生したすべての熱を 0.50 kg の水の温度上昇に使えたとして、水の温度は何℃上昇するか。ただし、水の比熱を 4.2×10^3 J/(kg·K) とする。



131 **大気圏突入** 地上 100 km の高度で静止していた UFO が故障し、自由落下してきた。地球大気との摩擦による空気抵抗のため、地面に達する直前の速さは 60m/s であった。UFO の質量を 100 kg、比熱を 0.10×10^3 J/(kg·K)、このときの重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 で一定とし、UFO は熱で蒸発して質量は変化しないと考えると、次の問いに答えよ。

(1) UFO が初めにもっている力学的エネルギー(重力による位置エネルギー)は何Jか。ただし、地面を重力による位置エネルギーの基準とする。

(2) 地面に達する直前に UFO がもっている力学的エネルギー(運動エネルギー)は何Jか。

(3) 落下途中の空気との摩擦によって失われた力学的エネルギーは何Jか。

(4) 失われた力学的エネルギーがすべて熱になったとして、また、発生した熱量の 50% が UFO に流れこんだとして、UFO の温度は何℃上昇するか。

