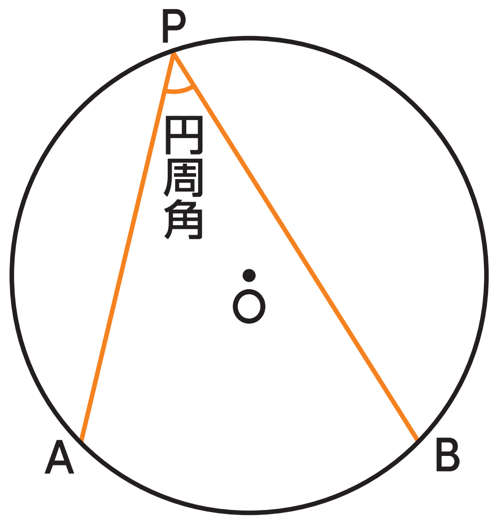
# 1 円周角と中心角

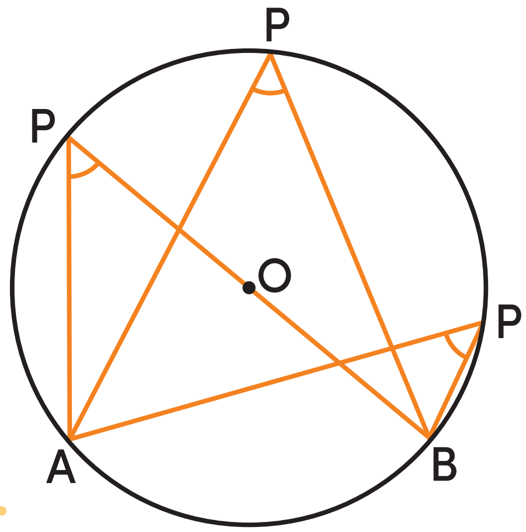
**円周上に点をとってできる角について調べましょう。**

右の図の円Oで，$\overset{\frown}{AB}$ を除いた円周上に点Pをとるとき，∠APBを，$\overset{\frown}{AB}$ に対する **円周角**（えんしゅうかく） といいます。




また，$\overset{\frown}{AB}$ を，円周角∠APBに対する弧（こ）といいます。

163ページで調べたことから，円Oで，$\overset{\frown}{AB}$ を決めると，それに対する円周角∠APBの大きさは，点Pがどこにあっても等しいと予想されます。




きまりを見つける

この予想を確かめるために，まずは，円周角と中心角の大きさの関係について考えましょう。

## ひろげよう

163ページの円Oで，$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角 ∠AOB の大きさを測ってみましょう。
円周角 ∠APB と中心角 ∠AOB の大きさの間には，どんな関係があるでしょうか。



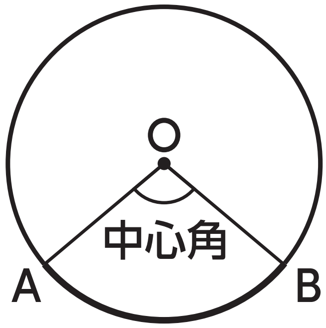
ひろげよう で調べたことから，円Oで，$\overset{\frown}{AB}$ を決めると，それに対する円周角 ∠APB の大きさは，点Pがどこにあっても，同じ弧に対する中心角 ∠AOB の半分で，

$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB \quad \cdots\cdots ①$$

であることが予想されます。

**ふりかえり**　1年

$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角



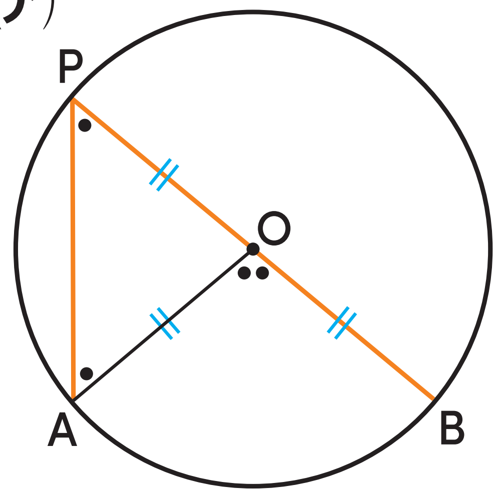

**きまりを見つける**

$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角 ∠AOB の大きさは1つに決まるので，①を示せば，円周角 ∠APB の大きさは，点Pがどこにあっても等しいことがわかります。

上の①のことを，165ページの図(ア)のように，PB が直径となる位置に点Pがある場合について証明しましょう。

## 証明

(ア)




OP＝OA から，△OPA は二等辺三角形である。
二等辺三角形の底角は等しいので，

$\angle OPA = \angle OAP$　……①

また，三角形の内角・外角の性質から，

$\angle AOB = \angle OPA + \angle OAP$　……②

①，②から，　$\angle AOB = 2\angle OPA$

したがって，　$\angle APB = \dfrac{1}{2}\angle AOB$

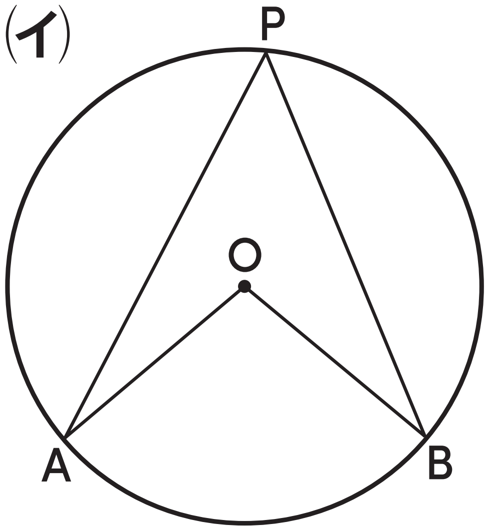
右の図 (イ) のような場合についても，点 P，O を通る直径をひくと，上の (ア) の場合に示したことを使うことができ，

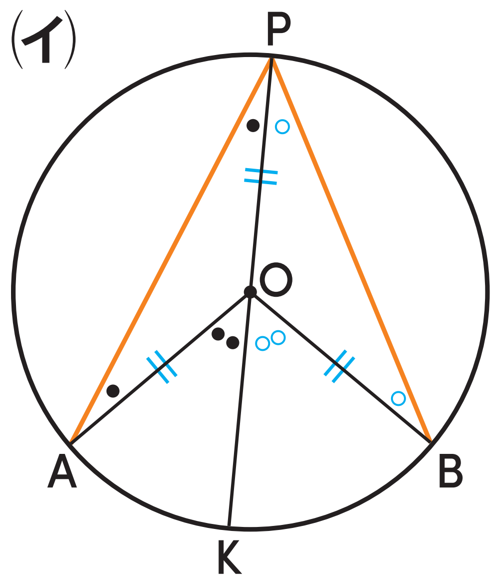
すでに学んだ形にする

$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

が証明できます。

(イ)






点 P，O を通る直径 PK をひくと，

$$\angle APK=\frac{1}{2}\angle AOK$$

$$\angle BPK=\frac{1}{2}\angle BOK$$

よって，

$$\angle APB=\angle APK+\angle BPK$$

$$=\frac{1}{2}(\angle AOK+\angle BOK)$$

$\angle AOK+\angle BOK=\angle AOB$ だから，

$$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$$

(ア) や (イ) の場合のほかに，右の図 (ウ) のような場合もあります。この場合についても，

$$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$$

が成り立ちます。