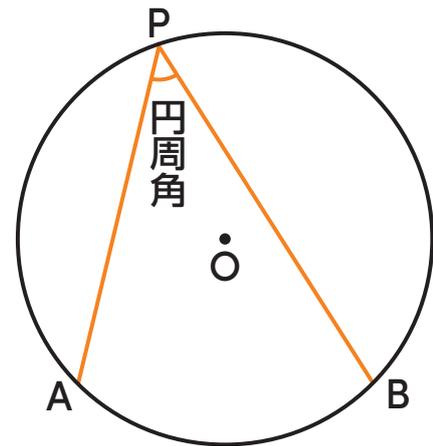


1 円周角と中心角

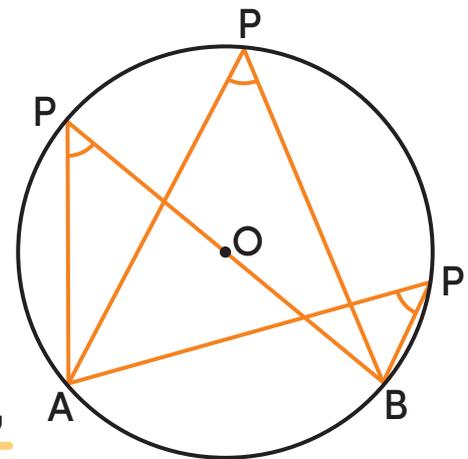
円周上に点をとってできる角について調べましょう。

右の図の円Oで、 \widehat{AB} を除いた円周上に点Pをとるとき、 $\angle APB$ を、 \widehat{AB} に対するえんしゅうかく円周角といいます。



また、 \widehat{AB} を、円周角 $\angle APB$ に対するこ弧といいます。

163 ページで調べたことから、円Oで、 \widehat{AB} を決めると、それに対する円周角 $\angle APB$ の大きさは、点Pがどこにあっても等しいと予想されます。



きまりを見つける

この予想を確かめるために、まずは、円周角と中心角の大きさの関係について考えましょう。

◎ ひろげよう

- 163 ページの円 O で、 \widehat{AB} に対する中心角 $\angle AOB$ の大きさを測ってみましょう。
- 円周角 $\angle APB$ と中心角 $\angle AOB$ の大きさの間には、どんな関係があるでしょうか。

◎ ひろげよう で調べたことから、円 O で、 \widehat{AB} を決めると、それに対する円周角 $\angle APB$ の大きさは、点 P がどこにあっても、同じ弧に対する中心角 $\angle AOB$ の半分で、

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

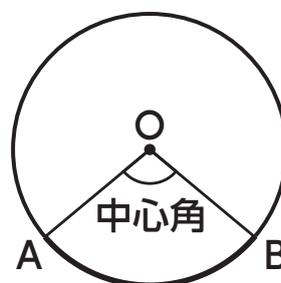
であることが予想されます。

\widehat{AB} に対する中心角 $\angle AOB$ の大きさは 1 つに決まるので、 $\textcircled{1}$ を示せば、円周角 $\angle APB$ の大きさは、点 P がどこにあっても等しいことがわかります。

上の $\textcircled{1}$ のことを、165 ページの図 (ア) のように、PB が直径となる位置に点 P がある場合について証明しましょう。

ふりかえり 1年

\widehat{AB} に対する中心角



6章

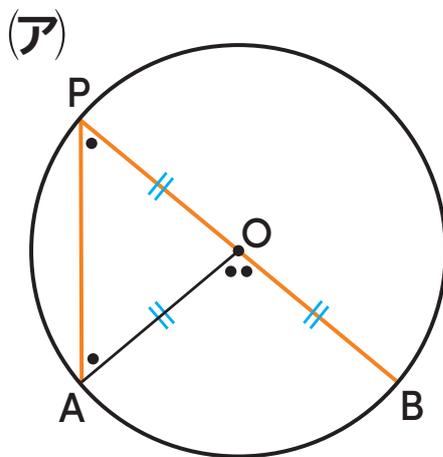
円の性質

1節 円周角と中心角

○ きまりを見つける

164-2

証明



OP=OA から, $\triangle OPA$ は二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいので,

$$\angle OPA = \angle OAP \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

また, 三角形の内角・

外角の性質から,

$$\angle AOB = \angle OPA + \angle OAP \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } \angle AOB = 2\angle OPA$$

$$\text{したがって, } \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

右の図(イ)のような場合についても,

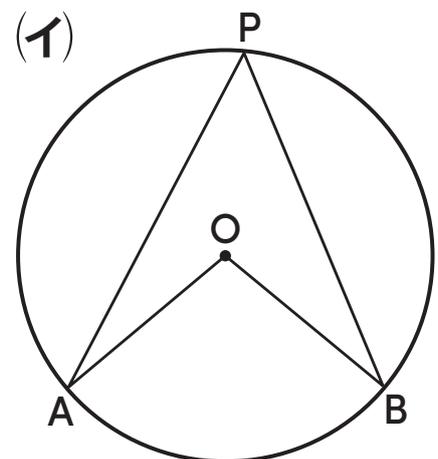
点 P, O を通る直径をひくと,

◇ すでに学んだ形にする

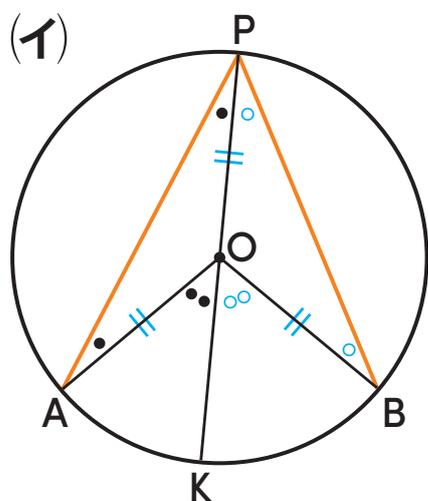
上の(ア)の場合に示したことを使うことができ,

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

が証明できます。



証明



点 P, O を通る
直径 PK をひくと,

$$\angle APK = \frac{1}{2} \angle AOK$$

$$\angle BPK = \frac{1}{2} \angle BOK$$

よって,

$$\angle APB = \angle APK + \angle BPK$$

$$= \frac{1}{2} (\angle AOK + \angle BOK)$$

$\angle AOK + \angle BOK = \angle AOB$ だから,

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

6章

円の性質

1節 円周角と中心角

(ア) や (イ) の場合のほかに,
右の図 (ウ) のような場合も
あります。この場合に
ついても,

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

が成り立ちます。

