

■単元の目標

関数 $y = ax^2$ の変化の割合の学習を深め、既習知識を使って変化の割合を求める公式を導く。

ねらいと評価

■本時（教材）のねらいと解説

変化の割合は、一次関数 $y = ax + b$ では一定で x の係数 a に等しいこと、関数 $y = ax^2$ では一定ではないことを学習した。関数 $y = ax^2$ の変化の割合も因数分解を利用することによって、それを求める公式を導くことができる。この作業を通して関数 $y = ax^2$ の変化の割合が比例定数 a と x がどの値からどの値まで変化したかによって決まることを知り、変化の様子について理解する。

■評価のポイント

- ・文字の場合でも、具体的な数値と同じように考えて変化の割合を求めることができる。
- ・計算の途中で、「因数分解を利用できること」「約分ができること」に気づき処理ができる。
- ・関数 $y = ax^2$ の変化の割合が $a(q+p)$ となることを理解し、変化の割合に関するいろいろな問題を解くことができる。

展開と対応

■授業展開のポイント

はじめに、復習をかねて、具体的な数値を使って関数 $y = ax^2$ の変化の割合を次の式を利用して求めさせる。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

次に、 x の値が、 p から q まで増加したときの変化の割合を文字 a, p, q を使って求めさせる。

このとき、具体的な数値では求められるが、文字を使う場面になると x の増加量や y の増加量を求められない生徒がいるので、十分な配慮と個別指導が必要である。

文字 a, p, q を使って変化の割合を求めさせるとき、具体的な数値での求め方を横に並べて参考にさせ、同じように処理させる。

分子の y の増加量が $aq^2 - ap^2$ となるので因数分解ができることに気づかせ、共通因数 a をとり出してから和と差の積を使った因数分解をさせる。

因数分解後は、 $q - p$ で約分でき $a(q+p)$ となることを理解させる。

このことから、変化の割合は x の値 p と q をたし、比例定数 a をかければ求められることをおさえる。

この公式を利用して、関数 $y = ax^2$ の変化の割合に関するいろいろな問題に習熟させる。

対応

- ◆文字を代入することが困難な生徒に対して x の値が p, q の場合について、表を書いて考えさせる。
- ◆因数分解をすることが困難な生徒に対して 共通因数をとり出す方法、乗法の公式を利用する方法をカードなどにまとめておき、因数分解ができない生徒の参考にさせる。

ワークシート 解答

$$\begin{aligned} \text{1} \quad \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} &= \frac{3 \times 4^2 - 3 \times 1^2}{4 - 1} \\ &= \frac{48 - 3}{3} \\ &= \frac{45}{3} \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2} \quad \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} &= \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} \\ &= \frac{a(q^2 - p^2)}{q - p} \\ &= \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} \\ &= a(q+p) \end{aligned}$$

$$\text{3} \quad \text{(1) } 2 \quad \text{(2) } -3$$

$$\text{4} \quad y = \frac{1}{2}x^2$$

関数 $y = ax^2$ の変化の割合を探ろう

組 氏名

- 1** 関数 $y = 3x^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよう。

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} =$$

- 2** 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が p から q まで増加するときの変化の割合を求めよう。

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} =$$

- 3** 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めよう。

(1) 2 から 4 まで

(2) -6 から -3 まで

- 4** y が x の 2 乗に比例し、 x の値が 3 から 5 まで増加するときの変化の割合が 4 であるような関数の式を求めよう。