

■単元の目標

観察や操作、実験を通して、空間図形に対する見方や性質について理解を深め、様々な立体の特徴や平面上への表し方を理解し、図形の計量を行うことができる。

ねらいと評価

■本時（教材）のねらいと解説

1年生における「空間図形」の学習は、小学校での学習を基にして、空間図形についての理解を一層深めることをねらいにしている。特に、立体の模型を作ったり、観察や操作、実験を通して、空間図形の性質を見いだすことは、生徒の直観的な理解を助け、論理的な考察の基礎を培うのに意義のあることである。

そこで本時では、合同な正三角形を組み合わせていろいろな凸多面体を作り、さまざまな観点から点・線・面の関係を調べる学習を行う。

この学習では、正四面体～正二十面体までの8種類の凸多面体を作ることができる。この活動を通して、空間図形の構造や見方などを考察することができる。

■評価のポイント

・数学への関心・意欲・態度

いくつかの合同な正三角形を組み合わせ、凸多面体を作ることに積極的に取り組むことができる。

・数学的な見方や考え方

様々な多面体について、面、辺、頂点の数の関係を見いだすことができる。

・数学的な表現・処理

正三角形を組み合わせ、様々な凸多面体を作ることができる。

・数量・図形などについての知識・理解

作った凸多面体は何面体なのか、正多面体はどれであるかを理解することができる。

展開と対応

■授業展開のポイント

厚紙で作った正三角形100枚とセロハンテープを配る。最初に「正三角形を最低何枚使うと、立体が作れるだろうか」と問う。4枚、6枚、などという発言が予想できるが、実際に作ってみて、4枚（正四面体）と分かる。

その他にも、どのような凸多面体ができるか考えさせ、実際に作ってみる。

作った凸多面体について面の数、辺の数、頂点の数を表にまとめる。この表を見て、これらの間にどんな関係や規則性があるか考えさせる。

次のようなことが分かる。

(1) (辺の数) × 2 = (面の数) × 3 という式が成り立つことから、偶数面体しかできないことが分かる。

(2) 面が正三角形の凸多面体では、正三角形の1つの角が60°だから、1つの頂点に6枚の正三角形が集まると、60° × 6 = 360°で平面になってしまい多面体ができない。

つまり、面が正三角形の凸多面体は、1つの頂点に5枚までしか集まることができない。

(3) 作った多面体の面の数、頂点の数、辺の数を数え、表にまとめる。その表から、

① (辺の数) = (面の数) × 1.5

② (面の数) - (辺の数) + (頂点の数) = 2

などを発見する。

「②の式で、いつも2になるのはどうしてかなあ？」

「②の式は、オイラーの多面体定理と呼ばれている。これは、ほかの空間図形にも当てはまるだろうか？」と投げかけ、どの空間図形にも当てはまることを確認するとよいだろう。

ワークシート 解答

1 4枚

2 六面体、八面体、十面体など

3

作った多面体	面の数	辺の数	頂点の数
(正)四面体	4	6	4
六面体	6	9	5
(正)八面体	8	12	6
十面体	10	15	7
十二面体	12	18	8
十四面体	14	21	9
十六面体	16	24	10
(正)二十面体	20	30	12

4 ・できた多面体を小さい方から順に並べると、辺の数は3ずつ増す。

また、頂点の数は1ずつ増す。

・十八面体はできなさそうだ。

・辺の数 = 面の数 × 1.5

これは、1面3辺の正三角形を辺2箇所で見合わせるから。

・面の数 - 辺の数 + 頂点の数 = 2 (オイラーの定理)

これは、すべての多面体で成り立ちそうだ。

5 省略

正三角形を使って、凸多面体をつくらう

組 氏名

1 同じ大きさの正三角形を何枚か用意します。これを使って立体を作るとき、最低何枚で作れるでしょうか。

2 そのほかに、どのような多面体ができますか。いろいろ作ってみよう。

3 作った多面体について「面の数、辺の数、頂点の数」を、表にまとめてみよう。

作った多面体	面の数	辺の数	頂点の数

4 この表を見て「面の数、辺の数、頂点の数」の間に、どんな関係や規則性があるでしょうか。いろいろな考えを出し合ってみよう。

条件を変えてみよう。

5 正三角形でなく、ほかの正多角形を使って立体を作るとき、どんな多面体になるでしょうか。