
教科書を活用した 指導のポイント集

平成25年度全国学力・学習状況調査

中学校数学編 MATHEMATICS

教科書を活用した指導のポイント集

～平成 25 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学編～

平成 25 年度 全国学力・学習状況調査について 1

問題別 教科書との関連と指導のポイント

問題 A 主として「知識」に関する問題 2

問題 B 主として「活用」に関する問題 19

.....

問題のタイトル部分（例：① 分数の乗法の計算・正の数と負の数とその計算），及び，概要等の表組み部分（問題番号，問題の概要，出題の趣旨，学習指導要領の領域，評価の観点，問題形式）は，国立教育政策研究所による「解説資料」からの引用です。

.....

平成 25 年度 全国学力・学習状況調査について

平成 25 年 4 月に、中学校第 3 学年の全生徒を対象とした標記の調査が行われました。全生徒を対象とするのは 4 年ぶりとなります。出題は、従前と同様、主として「知識」に関する問題を中心とした「数学 A」と、主として「活用」に関する問題を中心とした「数学 B」で行われたところです。それぞれの平均正答率は、前者が 64.3%，後者が 42.4% で、今回の調査についても「数学 B」の平均正答率は低くなりました。

国レベルの分析では、この調査問題「数学 A」と「数学 B」の正答数の相関は強い（相関係数 0.822）ととらえることができます。また、その分布状況から、「数学 B」の正答数の多い生徒は、「数学 A」の正答数も多い。「数学 A」の正答数の多い生徒は、「数学 B」の正答数において広く分布している」としています。これらのことは、基礎的な知識・技能の習得は必要ですが、それだけでそれらを「活用」できるということではなく、学んだ基礎的な知識・技能を「活用」という活動を通して、それらが確実に定着するということを意味しています。数学的活動の充実が求められている今日、指導者はこのことに十分留意する必要があります。

「数学 A」で、もっとも正答率の低かったのは、「関数の意味」を理解しているかどうかを問う問題でした（13.8%）。また、資料の活用に関する問題は、低い正答率（平均正答率は、「数と式」73.4%、「図形」65.2%、「関数」59.3%、「資料の活用」47.4%）にとどまり、特に、「確率の意味」や「ヒストグラムの意味」の理解が十分ではありませんでした。いずれも知識を中心に問う問題ですが、日頃の学習が、意味や意義を「わかること」よりも、「できること」に焦点が当たっていることや、具体の場面を大切に観察、実験、調査などを取り入れた学習には至っていないことを示しています。

一方「数学 B」の問題では、グラフを読み取って特徴を説明したり（正答率 25.5%）、事象を式にあらわしたものが正しいことを説明したり（正答率 25.3%）するなど、一定の事柄が成り立つ理由や予想した事柄を数学的な表現を用いて説明することなどに課題が見られました。また、説明の記述を求められる問題では、無解答率が 4 割を超えているものもありました。

このような中学生の学力の状況を踏まえ、日々の学習活動を充実させることが課題となっています。前述しましたように、学習指導要領では数学的活動の一層の充実を求めています。特に、学ぶ必要性や意義を大切に、生徒が主体的に考え判断し、数学的に説明することが生まれるような場면을構成することが求められています。啓林館教科書では、このことも踏まえ、生徒が数学的活動を楽しく行うことができるよう各節の最初に「学習のとびら」として観察、実験、調査などの活動を取り入れるとともに、本文では、「みんなで話しあってみよう」「自分のことばで伝えよう」などの生徒同士が相互に表現する場面を設定していますので、それぞれの場面での教科書の活用を期待したいところです。

本冊子は、学力調査問題と啓林館教科書の記述内容とを関連づけて、問われている学力の向上は、教科書に沿った指導を充実させることで可能であることを示しています。この冊子を、学力調査で明らかとなった課題の克服に生かしていただければと思います。また、学力調査の出題の趣旨と問題との関係を読み取り、学習指導要領の目標や内容に沿って適切に評価する方法について考える研修の資料としても活用してください。

啓林館教科書編集委員会

参考資料

『平成 25 年度全国学力・学習状況調査報告書 中学校 数学』2013. 文部科学省、国立教育政策研究所

問題A 主として「知識」に関する問題

1 分数の乗法の計算・正の数と負の数とその計算

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(1) $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$ を計算する	分数の乗法の計算ができる	数と式 (小学校6年)	技能	短答

◎教科書との関連

- (1) 1年 p.36 正の数・負の数「分数をふくむ乗除」で、負の数をふくむ分数×分数の計算の仕方を示しています。
1年 p.219 数学広場「算数から数学へ」で、分数の乗法の計算の仕方を示しています。

▼ 1年 p.36

分数をふくむ乗除

正の数・負の数の乗法では、数の中に分数があっても、計算のしかたに変わりはありません。

算数から数学へ
小数・分数の計算
p.219

例 1 分数をふくむ乗法

(1) $\left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{4}{3}$
 $= -\left(\frac{5}{6} \times \frac{4}{3}\right)$
 $= -\frac{10}{9}$

(2) $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{8}\right)$
 $= +\left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{8}\right)$
 $= \frac{5}{24}$

問 1 次の計算をしなさい。

(1) $\frac{6}{5} \times \left(-\frac{10}{3}\right)$

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{11}{2}\right)$

(3) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{1}{2}$

ふりかえり

次の□にあてはまる数を求めましょう。

$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \square$

$5 \div 2 = 5 \times \square$

2つの数の積が1になるとき、一方の数を、他方の数の逆数といいます。

これは、負の数でも同じです。

$\frac{3}{8} \times \frac{8}{3} = 1$
 $\frac{3}{8}$ の逆数

▼ 1年 p.219

1dLで、 $\frac{4}{5}$ m²の壁をぬることができるペンキがあります。

$\frac{2}{3}$ dLのペンキでは、何m²の壁をぬることができるでしょうか。

1dLでぬることが
できる面積

 ×

ペンキの量

 =

ぬることが
できる面積

と表すことができるので、 $\frac{2}{3}$ dLのペンキでぬることが
できる面積を求める式は、
 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ の答えは、次のようにして求めることができます。

1m²

$\frac{4}{5}$ m²

0 1(dL)

$\times \frac{2}{3}$

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ m²

$\frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$ m²

0 $\frac{2}{3}$ 1(dL)

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ は、 $\frac{1}{5 \times 3}$ の□が(4×2)個だから、
 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$ m²

かける数が分数になっても、
ことばの式にあてはめれば
いいね

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(2) $5 \times (4 - 7)$ を計算する	()を含む正の数と負の数の計算ができる	数と式	技能	短答
	(3) 四則計算のうち、整数の範囲で閉じていない計算を選ぶ	数の集合と四則計算の可能性について理解している	数と式	知・理	選択
	(4) 東京の時刻を基準にして、東京とカイロの時差を表す	正の数と負の数の意味を、実生活の場面に結び付けて理解している	数と式	知・理	短答

◎教科書との関連

- (2) 1年 p.41 正の数・負の数「カッコがある式の計算」で、その計算の仕方を示しています。
- (3) 1年 p.43－44 正の数・負の数「数の世界のひろがり」と四則計算」で、数の集合と四則計算の可能性を取り上げています。
- (4) 1年 p.15－16 正の数・負の数「正の数・負の数で量を表すこと」、p.30 数学展望台「琵琶湖の水位」で、身近な山の高さや海の深さなどを例にとって、正の数・負の数についての理解を深めています。
- 1年 p.252－253 数学広場「時差の求め方」で、時差の表し方を取り上げています。
- ポイント** 身近な例から、ある基準の量からの増減や過不足を正の数・負の数を使って表すことを学び、数学が日常生活と関連があることを知らせ、計算の意味を考えられるようにします。

例 4 かけこがある式の計算

$$\begin{aligned}
 & 3 \times \{-4 - (19 - 8)\} \\
 &= 3 \times \{-4 - 11\} \\
 &= 3 \times (-15) \\
 &= -45
 \end{aligned}$$

問 4 次の計算をしなさい。

$$(1) -5 + (13 - 7) \div 3 \quad (2) 7 - \{(-2)^2 - (9 - 14)\}$$

ひろげよう どうなるかな

加減乗除のそれぞれの計算が、いつでもできるのは、自然数の集合、整数の集合、数全体の集合のうち、どの場合でしょうか。下の表に、計算がいつでもできるときは○、そうでないときは△を書き入れましょう。ただし、0 でわる場合を除きます。

	加法	減法	乗法	除法
自然数の集合				
整数の集合				
数全体の集合				

これまでに調べたことから、次のことがいえます。

- ・自然数の集合では、加法と乗法はいつでもできる。
- ・整数の集合では、加法、乗法、および、減法はいつでもできる。
- ・数全体の集合では、四則計算はいつでもできる。

数字を通して
見てみよう

時差の求め方

国際社会

オリンピックなどの海外のスポーツ中継を見ると、日本と時刻が違っていることに気づきます。時刻は国や地域によって異なり、時刻の差を時差といいます。時差の求め方を考えてみましょう。

地球は24時間で西から東へ1回転します。経度1度で360°まわることになるので、1時間では15°ずつまわります。つまり、経度が15°違うと、1時間の時差が生れることになります。

北海道と九州では、経度に約15°の違いがあり、実際には約1時間の時差があります。しかし、日本の中で時刻が違つては不便なので、兵庫県明石市を通る東経135°の経線を標準時子午線と定めて、この上を太陽が横切るとき、日本中どこでも正午と決めています。これを日本標準時といいます。

標準時子午線が通る駅
(兵庫県明石市)

ほかの国や地域でも、日本と同じように、それぞれ標準時子午線を定めて時刻を決めています。例えば、イギリスでは、ロンドンにあるグリニッジ天文台を通る経度0°の経線を標準時子午線です。この子午線によって決まるイギリスの時刻は、グリニッジ標準時(GMT)とよばれ、世界の時刻の基準とされています。

日本の標準時子午線が東経135°の経線であることから、日本標準時とグリニッジ標準時の時差は、 $135 \div 15 = 9$ で、9時間となります。

イギリスの時刻が
世界の標準時だよ

次に、国や地域の東西と時差との関係を考えてみましょう。

太陽は、東にある国や地域ほど、その国や地域の標準時子午線を早く横断します。日本がイギリスの東にあると考えると、日本はイギリスよりも時刻が早く進んでいることになり、日本の時刻は、イギリスの時刻の+9時間となります。

では、イギリスが日本の東にあると考えると、どうなるでしょうか。

このとき、標準時子午線の経度の差は、

$$360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

です。つまり、時差は、

$$225 \div 15 = 15$$

で、東にあるイギリスの方が時刻は早く進んでいることになるので、日本の時刻は、イギリスの時刻の-15時間と考えられます。

同じ日本とイギリスで、どちらを東にあると考えるかによって、日本の時刻が、イギリスの時刻の+9時間、-15時間となってしまいます。そのため、実際には、次のようなきまりがあります。

下の図のように、180°の経線付近には日付変更線があり、これをはさんで時差を考えるときには、24時間を加えます。つまり、イギリスが日本の東にあると考える場合の時差は、

$$-15 + 24 = 9$$

となり、この場合も、日本の時刻はイギリスの時刻の+9時間です。



① アメリカの東部は西経75°の経線を標準時子午線と決めています。日本が午後7時のとき、アメリカの東部は何時になるでしょうか。

アメリカの東部が
午後7時のとき
日本は何時かな？

2 文字式の計算とその利用

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領 の領域	評価の 観点	問題 形式
2	(1) $2(5x+9y)-5(2x+3y)$ を計算する	整式の加法と減法の計算ができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 2 年 p.17-18 式の計算「かけこがある式の計算」で、分配法則を使ってかけこをはずして計算する仕方を示しています。

例 3 かけこがある式の計算①

$$\begin{aligned}
 & 3(x-2y) + 2(2x+y) \\
 &= 3x - 6y + 4x + 2y \\
 &= 7x - 4y
 \end{aligned}$$

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	(2) 縦 a 、横 b の長方形において、 $2(a+b)$ が表す量を選ぶ	与えられた文字式の意味を、具体的な事象の中で読み取ることができる	数と式	技能	選択
	(3) a m の重さが b g の針金の 1 m の重さを、 a 、 b を用いた式で表す	数量の関係や法則などを文字式で表すことができる	数と式	技能	短答


◎教科書との関連

- (2) 1 年 p.52 文字の式「文字式の表し方」で、長方形の周の長さを文字を使って表すときの表し方を示しています。
また、p.55「式の意味」、p.69「関係を表す式の意味」で、式の表す意味について示し、p.72「章末問題」3 では直方体に関する問題を扱っています。
- (3) 1 年 p.54－55 文字の式「文字式と数量」で、数量を式に表す表し方について示しています。
1 年 p.71 「基本のたしかめ」3 (2) で、単位量を式に表す問題を扱っています。
2 年 p.23－26 式の計算「文字式の利用」で、数量の関係を文字式で表すことを示しています。

▼ 1 年 p.55

例 7 式の意味

ある美術館の入館料は、おとな 1 人が a 円、子ども 1 人が b 円である。
このとき、
 $2a + 3b$ (円)
は、おとな 2 人と子ども 3 人の入館料の合計を表している。



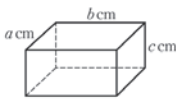
岡山市立オリエント美術館

問 10 例 7 で、次の式は何を表していますか。
(1) $3a$ 円 (2) $a + 2b$ (円) (3) $a - b$ (円)

問 11 家を出てから、分速 60 m で x 分間歩き、さらに、分速 80 m で y 分間歩いて駅に着きました。
このとき、次の式は何を表していますか。
(1) $x + y$ (分) (2) $60x + 80y$ (m)

▼ 1 年 p.72

3 縦 a cm、横 b cm、高さ c cm の直方体があります。
このとき、次の式は何を表していますか。
(1) abc cm³ (2) $4(a+b+c)$ cm



▼ 1 年 p.71

3 次の数量を表す式を書きなさい。
(1) 1 本 x 円のジュース 5 本の代金
(2) 12 本 x 円の鉛筆の 1 本あたりの代金

◎誤答の例と指導のポイント

- (3) $\frac{a}{b}$ (g) \cdots 1 g の長さを表す式を求めている。

ポイント 1 m の重さは (重さ) \div (長さ) という式で表されることをことばの式で確認し、文字式で表すとどうなるかを考えさせるとよいでしょう。

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	(4) 等式 $2x + 3y = 9$ を y について解く際に用いられている等式の性質を選ぶ	等式をある文字について解く際に用いられている等式の性質を理解している	数と式	知・理	選択

◎教科書との関連

- (4) 1 年 p.78－79 方程式「等式の性質」で、まとめた等式の性質を使って方程式を解く問題を扱い、p.93「基本のたしかめ」2 で、等式の性質のどれを使用して式変形しているかを問う問題を扱っています。
2 年 p.26 式の計算「等式の変形」で、等式を文字について解く変形の仕方について示しています。

ポイント 等式をある文字について解く際に、移項などを形式的に行うだけでなく、式変形が等式の性質を根拠としていることを確認するとよいでしょう。

▼ 1 年 p.78

等式については、次のことがいえます。

等式の性質

- ① 等式の両辺に同じ数をたしても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A + C = B + C$
- ② 等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A - C = B - C$
- ③ 等式の両辺に同じ数をかけても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A \times C = B \times C$
- ④ 等式の両辺を同じ数でわっても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A \div C = B \div C$

注 上の④では、 C は 0 ではありません。

▼ 1 年 p.93

- ② 次の□にあてはまる数を書き入れなさい。
 また、(1)、(2)では、等式の性質のどれを使っていますか。

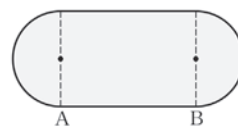
$$\begin{array}{lcl}
 3x - 7 = 8 & & \\
 3x - 7 + \square = 8 + \square & \rightarrow & (1) \\
 3x = 8 + \square & & \\
 3x = \square & & \\
 x = \square & \rightarrow & (2)
 \end{array}$$

▼ 2 年 p.26

◆◆等式の変形◆◆



右の図のような2つの半円と長方形を組み合わせた形のトラックで、その周の長さが200mのものをつくります。



$\pi = 3.14$ として、次の長さを求めてみましょう。

- (1) 半円の半径を 10m にしたときの直線部分 AB の長さ
- (2) 直線部分 AB の長さを 50m にしたときの半円の半径

上の図で、半円の半径を r m、直線部分 AB の長さを x m とすると、次の等式が成り立ちます。

$$2x + 2\pi r = 200 \quad \cdots \cdots ①$$

r の値を決めたとき、 x の値を求める式は次のようになります。

$$2\pi r \text{ を移項して, } 2x = 200 - 2\pi r$$

$$\text{両辺を 2 でわって, } x = 100 - \pi r \quad \cdots \cdots ②$$

このように、はじめの等式①から、 x を求める式②をつくることを、はじめの等式を x について解く といいます。

3 方程式の解き方とその利用

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3 (1)	$3x + 7 = 9$ を解く	簡単な一元一次方程式を解くことができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 1 年 p.80 方程式「移項して方程式を解く①」で、数の項を右辺に移項して解く解き方を示しています。

▼ 1 年 p.80

例 1 移項して方程式を解く①

$$\begin{array}{l}
 3x + 20 = 5 \\
 \text{左辺の 20 を右辺に移項して,} \\
 3x = 5 - 20 \\
 3x = -15 \\
 x = -5
 \end{array}$$

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	(2)	$2x+y=6$ の解となる x, y の値の組を選ぶ	二元一次方程式の解の意味を理解している	数と式	知・理	選択
	(3)	数量の関係を連立二元一次方程式で表す	具体的な事象における数量の関係を捉え、連立二元一次方程式をつくることができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

- (2) 2年 p.32 連立方程式「連立方程式とその解」で、二元一次方程式の解について示しています。
- また、p.67 一次関数「一次関数と方程式」で、方程式のグラフの導入として、二元一次方程式の解を求めています。
- (3) 2年 p.42 連立方程式「連立方程式の利用」で、連立方程式をつくる手順を示しています。

▼ 2年 p.32

1
連立方程式とその解

2つの文字をふくむ方程式とその解について学びましょう。

前ページの問題を、アジを左のボックスに入れるときに「はい」といった回数を x 回、右のボックスに入れるときに「はい」といった回数を y 回として考えてみることにします。アジの数の関係を、等式を使って表しましょう。

左には一度に2匹ずつ
右には一度に1匹ずつ

上の x, y の関係は、次の等式で表されます。
$$2x + y = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$
このような等式も方程式です。

2つの文字をふくむ一次方程式を、**二元一次方程式** といいます。

問 1 下の表は、 x の値が 0, 1, 2, \cdots のとき、上の二元一次方程式 $\textcircled{1}$ にあてはまる y の値を求めたものです。この表の空欄をうめなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	21	19									

$x=1$ のとき、 $2 \times 1 + y = 21$ だから、 $y=19$ だね

二元一次方程式の解は、1つだけではないんだね

二元一次方程式があるとき、これにあてはまる文字の値の組を、その方程式の **解** といいます。

上の表の x, y の値の組
(0, 21), (1, 19), \cdots
などは、すべて二元一次方程式 $\textcircled{1}$ の解です。
また、 $(\frac{1}{2}, 20), (\frac{3}{2}, 18)$ など、この方程式の解になります。

▼ 2年 p.42

1
連立方程式の利用

実際の問題を、連立方程式を利用して解きましょう。

前ページの場面で、入れた2点シュートと3点シュートの本数を、連立方程式をつくって求めてみましょう。

ある選手は、2点シュートと3点シュートをあわせて8本入れました。また、それによってあげた得点の合計は19点でした。
この選手は、2点シュートと3点シュートを、それぞれ何本入れたのでしょうか。

この問題では、次の手順で連立方程式をつくることができます。

(1) 問題の中の数量の関係を調べる。

・入れたシュートの本数の関係
$$\begin{matrix} \text{2点シュート} \\ \text{の本数} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{3点シュート} \\ \text{の本数} \end{matrix} = 8 \text{ (本)} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

・点数の関係
$$\begin{matrix} \text{2点シュート} \\ \text{であげた得点} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{3点シュート} \\ \text{であげた得点} \end{matrix} = 19 \text{ (点)} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

(2) 2つの文字 x, y を使って、連立方程式をつくる。

入れた2点シュートの本数を x 本、3点シュートの本数を y 本として、上の $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ の関係から等式をつくると、次の連立方程式が得られます。
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 19 \end{cases}$$

文字が2つだと式も2つあるんだね

問 1 上の連立方程式を解いて、入れた2点シュートと3点シュートの本数を、それぞれ求めなさい。

4 拡大図・角の二等分線の作図・回転移動

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(1) 長方形の2倍の拡大図をかく	与えられた図形の拡大図をかくことができる	図形 (小学校6年)	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 小学校わくわく算数6上 p.76—82 で拡大図と縮図のかき方について学習しています。

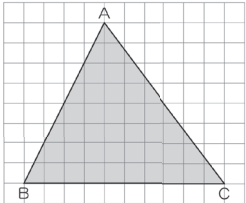
3年 p.107 図形と相似「同じ形の図形をかこう」で、相似な図形の導入として、拡大図を作図しています。

▼ 啓林館わくわく算数6上 p.76

2 拡大図と縮図のかき方

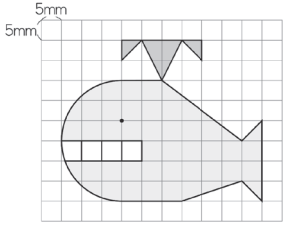
② 方眼を使って

1 右のような方眼紙にかかれた三角形の、2倍の拡大図をかいてみましょう。



▼ 啓林館わくわく算数6上 p.82

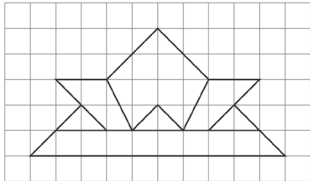
★ 方眼紙を使って、右の図形の2倍の拡大図をかきましょう。




▼ 3年 p.107

下の①、②の方眼に、⑦と同じ形の図形をかきましょう。

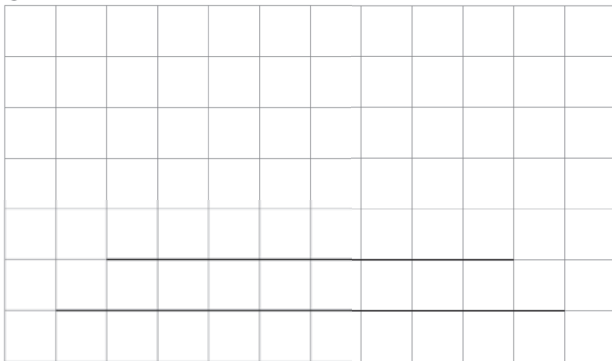
⑦



①



②



みんなで話しあってみよう

⑦～②の図形をくらべると、どんなことがわかるでしょうか。

角度はどうなっているかな？

形は同じで、大きさの違う図形の性質について学びましょう。

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(2) 角の二等分線の作図の根拠となる対称な図形を選ぶ	角の二等分線の作図の方法を、図形の対称性に着目して見直すことができる	図形	知・理	選択
	(3) $\triangle ABC$ を、点 C を回転の中心として時計回りに回転移動して $\triangle DEC$ にぴったり重ねたとき、回転角の大きさを求める	回転移動の意味を理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

(2) 1年 p.140 平面図形「角の二等分線」で、四角形(ひし形)の対称性を根拠にした角の二等分線の作図の仕方を示しています。

2年 p.101 図形の調べ方「証明のしくみ」で、対称性という直観的な根拠を論理的におさえ直し、スパイラルに学習しています。

(3) 1年 p.134 平面図形「図形の移動」で、回転移動について学習しています。

▼ 1年 p.140

◆◆角の二等分線◆◆

角を2等分する直線を、その角の **二等分線** といいます。

右の図で、直線 OR は、 $\angle XOY$ の二等分線です。

ひし形では、対角線は頂点にできる角の二等分線になります。

このことから、 $\angle XOY$ の二等分線は、直線 OX 、 OY 上に2辺 OP 、 OQ をもつひし形 $OQRP$ を考え、作図することができます。

角の二等分線の作図

- 点 O を中心とする円をかき、直線 OX 、 OY との交点を、それぞれ P 、 Q とする。
- 2点 P 、 Q を、それぞれ中心として、半径 OP の円をかき、
- その交点の1つを R とし、直線 OR をひく。

こんな作図でもいいよ

▼ 1年 p.134

◆◆回転移動◆◆

平面上で、図形を1つの点 O を中心として、一定の角度だけまわして、その図形を移すことを **回転移動** といいます。このとき、中心とした点 O を、**回転の中心** といいます。

例2 回転移動

右の図で、 $\triangle PQR$ は、 $\triangle ABC$ を、点 O を回転の中心として、時計の針の回転と同じ向きに 60° だけ回転移動したものである。

問4 例2で、対応する点 A 、 P と回転の中心 O を結んだ線分 OA 、 OP の長さについて、どんなことがいえますか。

回転移動では、次のことがいえます。

対応する点は、回転の中心からの距離が等しく、回転の中心と結んでできた角の大きさはすべて等しい。

問5 例2で、 $\triangle ABC$ を、点 O を回転の中心として、 180° 回転移動した図をかきなさい。

回転移動の中で、特に、 180° の回転移動を **点対称移動** といいます。

点対称移動では、対応する点と回転の中心は、それぞれ1つの直線上にあります。

算数から数学へ
対称な図形
p.224~p.225

◎誤答の例と指導のポイント

(3) 180° … 対応する頂点や辺の位置関係について理解していません。

ポイント 対応する辺や頂点について確認し、回転移動させた角がどこになるかを考えさせるとよいでしょう。

5 空間図形

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	(1) 立体の辺を含む直線について、正しい記述を選ぶ	空間における2直線の位置関係を理解している	図形	知・理	選択

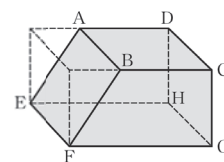
◎教科書との関連

(1) 1年 p.162-163 空間図形「2直線の位置関係」で、空間内の2直線の位置関係について示しています。

また、p.184「章末問題」2(1)(2)で、直方体から三角柱を切り取った立体で、直線の位置関係について取り上げています。

▼ 1年 p.184

- 2 右のような直方体から三角柱を切り取った立体について、次の問いに答えなさい。
- (1) 直線 AB と平行な直線はどれですか。
 - (2) 直線 AE とねじれの位置にある直線はどれですか。
 - (3) 平面 ABCD と垂直な平面はどれですか。



▼ 1年 p.162-163

自分のことばで伝えよう

三脚を使ってカメラを支えると安定しますが、机のように脚が4本だとぐらつくことがあります。そのわけを説明しましょう。

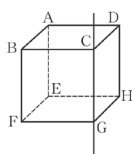


◆2直線の位置関係◆

平面上の2直線の位置関係には、「交わる」と「平行である」の2つの場合があります。空間内の2直線には、どのような位置関係があるか調べましょう。

ひらげよう どうなるかな

右の図の立方体で、辺を直線とみたととき、直線 CG と交わる直線はどれでしょうか。また、交わらない直線はどれでしょうか。

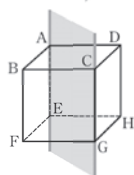
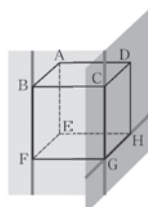


立方体の立方体で、直線 CG と直線 GH は、点 G で交わり、どちらの直線も平面 CGHD 上にあります。

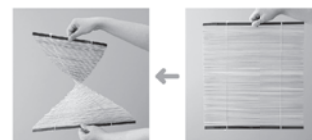
また、直線 CG と直線 BF は交わりません。この2直線は平行で、どちらの直線も平面 BFGC 上にあります。

このように、空間内の2直線が、交わる場合や平行である場合、その2直線は同じ平面上にあります。

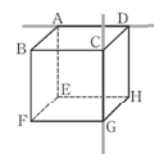
立方体の立方体では、直線 CG と直線 AE も平行で、どちらも平面 AEGC 上にあります。



空間内の2直線が、平行でなく、交わらないとき、その2直線は、ねじれの位置にあるといいます。

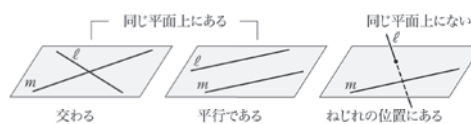


前ページの立方体で、例えば、直線 CG と直線 AD は、ねじれの位置にあります。ねじれの位置にある2直線は、同じ平面上にありません。



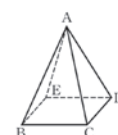
問1 2本の鉛筆を2つの直線とみて、2直線のいろいろな位置関係を示しなさい。

空間内の2直線 l , m の位置関係には、次の3つの場合があります。

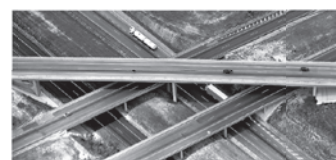


問2 右の図の正四角錐で、次の関係にある直線をいいなさい。

- (1) 直線 BC と交わる直線
- (2) 直線 BC と平行な直線
- (3) 直線 BC とねじれの位置にある直線



問3 身のまわりから、平行やねじれの位置にある2直線とみることができるものを見つけなさい。



問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	(2) 与えられた見取図から、その立体の投影図を選ぶ	見取図、投影図から空間図形を読み取ることができる	図形	技能	選択
	(3) 球と円柱の体積を比較し、正しいものを選ぶ	球の体積を、球がぴったり入る円柱の体積との関係から理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

- (2) 1年 p.170－171 空間図形「立体の投影図」で、投影図の見方やかき方を示しています。また、p.172 数学展望台「立体の見取図・展開図・投影図」で、見取図と投影図の見方について示しています。
- (3) 1年 p.180 ひろげよう「球の体積」、p.182 数学展望台「アルキメデスの発見」で、球と円柱の体積の関係について示しています。

▼ 1年 p.170-171

立体の投影図

ひろげよう どうなるかな

直線XYで垂直に交わっている2平面P、Qに対して、右の図のような位置に三角柱があります。平行光線を、平面Pに垂直にあてると、この立体の影はどんな形になるでしょうか。また、平行光線を、平面Qに垂直にあてると、どうなるでしょうか。

上の壁で、平面上にできた立体の影は、立体を真正面から見た図と真上から見た図になっています。

立体を表すのに、真正面から見た図と真上から見た図を縦にして表す方法があります。

真正面から見た図を **立面図** といい、真上から見た図を **平面図** といいます。また、立面図と平面図をあわせて、**投影図** といいます。

上の壁の三角柱の投影図は、右の図のようになります。

投影図をかくとき、実際に見える辺は実線——で示し、見えない辺は破線……で示します。

図5 下の投影図で表された立体の見取図をかきなさい。

(1)

(2)

図6 紙面が1辺2cmの正方形で、高さが3cmの正四角錐があります。この正四角錐の立面図をかき入れて、右の投影図を完成しなさい。

図4 下の投影図は、直方体、三角錐、四角錐、円柱、円錐、球のうち、どの立体を表していますか。

(1)

(2)

みんなで話しあってみよう

右の図は立方体の見取図です。この立方体を見て、けいたさんは、「ABの長さの方がACの長さより長く見えるけど、ほんとうかな?」といいました。

あなたは同意しますか。みんなで話しあってみましょう。

▼ 1年 p.180

ひろげよう どうなるかな

右の図のような、半径5cmの半球の形をした容器アと、底面の半径が5cm、高さが10cmの円柱の形をした容器イがあります。

容器イには、容器アの何杯分の水がはいりましょうか。

上の壁の容器アとイを使って実験してみると、容器イには、容器アの3杯分の水がいりことがわかります。

このことから、アの半球の体積は、イの円柱の体積の $\frac{1}{3}$ であるといえます。

▼ 1年 p.182

数学展望台

アルキメデスの発見

アルキメデスは、紀元前3世紀ごろ、地中海のシチリア島にいたギリシアの数学者で、さまざまな図形の面積や体積について、すぐれた研究を残しています。

例えば、円周率πについては、次の関係があることを示しました。

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

これから、πのおよその値3.14が得られます。

また、彼は、下の図のように、球が円柱にちょうどはいつているとき、

球の体積は、円柱の体積の $\frac{2}{3}$

球の表面積は、円柱の表面積の $\frac{2}{3}$

となることも発見したといわれています。

◎誤答の例と指導のポイント

- (3) ウ…円柱と球の体積の関係を公式から導くことができず、およその体積の関係を見取図から量感に基づいて捉えることもできていません。

ポイント 模型を用いたり実験による測定をすることが望ましいですが、p.182「アルキメデスの発見」を取り上げたり、「練習問題」1に関連して、円柱、球、円錐の体積の比が3:2:1になることを示すことにより、立体にひそむ不思議さを伝え、興味をもたせることも大切です。

6 平面図形の基本的な性質

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	(1) 平行線の間の三角形について、その内角 x , y の和の値を選ぶ	1組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解している	図形	知・理	選択
	(2) 五角形のある頂点における外角の大きさを求める	多角形の外角の意味を理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.85-87 図形の調べ方「角と平行線」で、平行線と同位角・錯角の関係について示しています。また、p.106「章末問題」1(1)で、平行線の性質を使った問題を扱っています。

ポイント 角度を求めるために、平行線の同位角や錯角、三角形の内角・外角などの性質をどのように用いているかを確認しながら進めるとよいでしょう。

(2) 2年 p.89 図形の調べ方「多角形の角」で、内角や外角について、p.91で多角形の外角の和について説明しています。

▼ 2年 p.87

これまでに調べたことをまとめると、次のようになります。

平行線の性質

2つの直線に1つの直線が交わるとき、次のことが成り立つ。

- ① 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。
- ② 2つの直線が平行ならば、錯角は等しい。

平行線になる条件

2つの直線に1つの直線が交わるとき、次のことが成り立つ。

- ① 同位角が等しいならば、この2つの直線は平行である。
- ② 錯角が等しいならば、この2つの直線は平行である。

自分のことばで伝えよう

右の図で、
 $\ell \parallel m$ ならば、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ であることを説明しましょう。
 また、
 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ ならば、 $\ell \parallel m$ であることを説明しましょう。

練習問題 1 角と平行線

11 右の図で、
 $\ell \parallel m$ であることを説明しなさい。
 また、 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。

21 右の図で、角の関係を使って、
 $\ell \parallel m$, $m \parallel n$ ならば、 $\ell \parallel n$ であることを説明しなさい。

▼ 2年 p.89

$\triangle ABC$ の辺 BC を延長した直線上の点を D とします。このとき、 $\angle ACD$ を、頂点 C における **外角** といいます。

辺 AC を延長してできる $\angle BCE$ も、頂点 C における外角です。

頂点 A , B における外角も、同じように考えることができます。

外角に対して、 $\triangle ABC$ の3つの角 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ を **内角** といいます。

▼ 2年 p.91

◆◆多角形の外角の和◆◆

多角形の外角の和について考えましょう。

外角の和とは、各頂点で1つずつとった外角の和のことです。

ひろげよう どうなるかな

下の図の三角形、四角形の外角の和は何度でしょうか。
 また、ノートにいろいろな多角形をかいて、外角の和がどうなるかを調べてみましょう。

五角形だと何度になるかな？

◎誤答の例と指導のポイント

(2) $280^\circ \cdots$ 外角の大きさを、 360° から内角をひいた値であると捉えています。

ポイント 外角の意味を確認し、外角を指摘したり、図にかき込んだりするよう指導するとよいでしょう。

7 証明の根拠・図形の性質を記号で表すこと

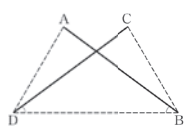
問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
7	(1) 証明で用いられている三角形の合同条件を選ぶ	証明を読み、根拠として用いられている三角形の合同条件を理解している	図形	知・理	選択
	(2) 長方形の対角線の長さが等しいことを、記号を用いて表す	図形の性質や条件を、記号を用いて表すことができる	図形	技能	短答
	(3) 与えられた方法で作図された四角形が、いつでも平行四辺形になることの根拠となる事柄を選ぶ	平行四辺形になるための条件を理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

- (1) 2年 p.102–103 図形の調べ方「合同条件を使った証明の進め方」で、証明の進め方について示しています。
p.107「章末問題」6で、証明を読む問題を扱っています。
- (2) 1年 p.128 平面図形「直線と線分」で、線分の長さが等しいことを等号を使って表すことを示しています。
2年 p.105「基本のたしかめ」2で、条件にあてはまる辺を等号を使って表す問題を扱っています。
- (3) 2年 p.126 図形の性質と証明で、「平行四辺形になる条件」をまとめています。
また、p.127「自分の考えをまとめよう」で、平行四辺形のかき方を考え、その理由も答える問題を取り上げています。

▼ 2年 p.103

問 1 長さの等しい2つの線分 AB と CD が交わっているとき、
 $\angle ABD = \angle CDB$ ならば、 $\angle DAB = \angle BCD$ であることを、次の順序で考えて、証明しなさい。
 (1) 結論 $\angle DAB = \angle BCD$ を導くには、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいでしょうか。
 (2) (1)であげた2つの三角形で、等しい辺、等しい角はどれでしょうか。
 (3) (2)から、(1)で考えた2つの三角形の合同を示すには、三角形の合同条件のどれを使えばよいでしょうか。

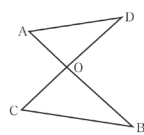


▼ 2年 p.107

6 右の図のように、線分 AB と CD が点 O で交わっているとき、
 $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ となります。
 このことを、次のように証明しました。
 (ア)～(イ)にあてはまるものをいみなさい。

証明


三角形の内角の和は \square だから、
 $\angle A + \angle D + \angle AOD = 180^\circ$ ……①
 $\angle B + \angle C + \square = 180^\circ$ ……②
 ①から、 $\angle A + \angle D = 180^\circ - \angle AOD$ ……③
 ②から、 $\angle B + \angle C = 180^\circ - \square$ ……④
 また、 \square は等しいから、
 $\angle AOD = \square$ ……⑤
 ③、④、⑤から、 $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$



▼ 1年 p.128

2点 A, B をつなぐ線のうち、もっとも短いものは線分 AB です。この線分 AB の長さを、2点 A, B 間の距離といいます。

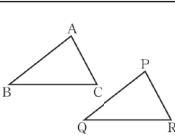
また、AB と書いて、線分 AB の長さを表すことがあります。



線分 AB の長さが 3cm
 $\Rightarrow AB = 3\text{cm}$
 線分 AB と線分 BC の長さが等しい
 $\Rightarrow AB = BC$

▼ 2年 p.105

2 $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ を示します。
 合同条件にあうように、次の \square にあてはまる辺をいみなさい。
 (1) $AB = PQ$, $BC = QR$,
 $\square = \square$
 (2) $AB = PQ$, $\angle A = \angle P$, $\square = \square$
 (3) $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\square = \square$



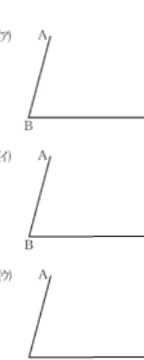
▼ 2年 p.127

自分の考えをまとめよう

右の図で、四角形 ABCD が平行四辺形になるように点 D をとります。次の(ア)～(イ)の方法で、それぞれ点 D の位置を決めてみましょう。

(ア) 1組の三角定規を使う。
 (イ) コンパスを使う。
 (ウ) 分度器を使う。

(ア)～(イ)の方法でかいた四角形 ABCD が、それぞれ、平行四辺形になるわけをまとめましょう。



◎誤答の例と指導のポイント

- (3) ア・エ… 作図された平行四辺形 ABCD の定義や性質と混同しています。

ポイント 作図について話し合う場面を設け、作図された図形の性質と作図の根拠として用いられている条件を明確に区別できるように指導することが大切です。

8 証明の必要性和意味

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
8	証明で用いられている図が考察対象の図形の代表であることについての正しい記述を選ぶ	証明の必要性和意味を理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

2年 p.98–101 図形の調べ方「証明とそのしくみ」で、証明の定義とそのしくみについて示しています。
2年 p.114 問 5, p.119 「練習問題」7で、図をかかせる問題を設定し、証明で使われている図は、図の代表であることを意識させるようにしています。

ポイント 「証明」を導入する際、

- 証明はそのことがらが例外なく成り立つことを示す
- 証明をするためにかけられた図は、特定の図ではなく、すべての図の代表として考えられている図であることを明確にしておきます。

▼ 2年 p.114

- 問 5 $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、底角 $\angle B$, $\angle C$ の二等分線をひき、その交点を P とします。
- (1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。
 - (2) $\triangle PBC$ が二等辺三角形となることを証明しなさい。

▼ 2年 p.119

- 7 $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、頂点 A から底辺 BC に垂線をひき、その交点を H とします。
- (1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。
 - (2) $BH = CH$ となることを証明しなさい。

9 関数の意味

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
9	y が x の関数である事象を選ぶ	関数の意味を理解している	関数	知・理	選択

◎教科書との関連

(1) 1年 p.98–99, p.122 変化と対応「関数」で、関数の定義を示し、 y が x の関数であることを問う問題を扱っています。

▼ 1年 p.98

この x , y のように、いろいろな値をとる文字を **変数** といいます。

また、ともなって変わる2つの変数 x , y があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つに決まる時、 y は x の**関数**である といいます。

▼ 1年 p.99

- 問 1 次のうち、 y が x の関数であるものはどれですか。
- (1) A 市から 30km 離れた B 市へ行くとき、進んだ道のり x km と残りの道のり y km
 - (2) 毎分 4 L の割合で、水そうに水を入れるとき、 x 分間にはいった水の量 y L
 - (3) x 歳の人の身長 y cm
 - (4) 半径 x cm の円の面積 y cm²

◎誤答の例と指導のポイント

エ … $y = (\text{整数}) \times x$ のような式を考えたり、倍数の集合が決まる ($x = 3$ の倍数のとき $y = 「3$ の倍数」等) と考えたと思われます。

ポイント エの誤答については、 $x = 3$ のとき $y = 3, 6, 9, \dots$ とただ1つに決まらないことを例を挙げて指導するとよいでしょう。正答の「整数 x の絶対値 y 」は、 $x = 5$ の絶対値 $y = 5$, $x = -5$ の絶対値 $y = 5$ のようにすべての絶対値 x に対しその絶対値 y はただ1つに決まることから、 y が x の関数であることを理解できるように指導することが重要です。

10 点の座標・比例と反比例の表・式・グラフ

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
10	(1) 座標平面上の点の座標を求める	座標平面上にある点の位置を、2つの数の組で表すことができる	関数	技能	短答
	(2) 比例定数が3である比例の式を選ぶ	比例定数が a である比例の式は $y=ax$ で表されることを理解している	関数	知・理	選択
	(3) 比例の表からグラフを選ぶ	比例の表とグラフの関係を理解している	関数	知・理	選択
	(4) 反比例 $y=\frac{6}{x}$ のグラフを完成する	反比例の式から、グラフをかくことができる	関数	技能	短答

◎教科書との関連

- (1) 1年 p.107 変化と対応「座標」で、座標平面上の点の座標を読み取ったり、点をかき入れる問題を扱っています。
- (2) 1年 p.102, 104 変化と対応「比例の式」で、比例の関係は $y=ax$ (a は比例定数)の式で表され、 x と y の関係を式に表す問題を示しています。
- (3) 1年 p.109 変化と対応「比例のグラフ」で、比例のグラフは、原点を通る直線であることを示しています。
また、2年 p.66 「自分の考えをまとめよう」で、表・式・グラフの関係をまとめる活動をしています。
- (4) 1年 p.116–118 変化と対応「反比例のグラフ」で、 $y=\frac{6}{x}$ のグラフを例にあげ、反比例のグラフのかき方を示しています。

▼ 1年 p.107

問 2 下の図で、点F, G, H, I, Jの座標をいいなさい。

F(□, □)
G(□, □)
H(□, □)
I(□, □)
J(□, □)

▼ 1年 p.109

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	...

ひろげよう どうなるかな

上の表の x と y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう。
また、 x の値をさらに細かくとっていき、どうなるでしょうか。

上の表で、 $y=2x$ のときと同じように、 x の値を細かくとっていき、対応する点の全体は、右の図ようになります。この直線が、比例の関係 $y=-2x$ のグラフです。

問 2 $y=-1.5x$ のグラフを、右の図にかき入れなさい。

▼ 1年 p.102

変数に対して、 $y=3x$ の3のように、決まった数のことを **定数** といいます。

y が x の関数で、その間の関係が、
 $y=ax$ (a は定数)
で表されるとき、
 y は x に **比例** する
といいます。また、定数 a を **比例定数** といいます。

比例の関係 $y=ax$ を、関数 $y=ax$ ということもあります。

問 1 次のそれぞれについて、 y は x に比例することを確かめなさい。
また、そのときの比例定数をいいなさい。
(1) 50円切手を x 枚買ったときの代金 y 円
(2) 底辺が8cm、高さが x cmの三角形の面積 y cm²

▼ 1年 p.117

$y=\frac{6}{x}$ で、 $x=0$ 以外のすべての値に対応する点をとると、それらの点の全体は、右の図のような、2つの曲線になります。

この2つの曲線が、反比例の関係
 $y=\frac{6}{x}$ のグラフです。

問 1 $y=\frac{12}{x}$ のグラフをかきなさい。

11 一次関数の式と表

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
11	(1) 一次関数 $y=2x-1$ について、 x の値が3のときの y の値を求める	一次関数の式について、 x の値に対応する y の値を求めることができる	関数	技能	短答
	(2) 一次関数の表から変化の割合を求める	一次関数の表から、変化の割合を求めることができる	関数	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.53 一次関数「上空の気温」で、与えられた式に x の値を代入して y の値を求める問題を扱っています。

(2) 2年 p.55 一次関数「一次関数の値の変化」で、変化の割合を定義しています。

さらに、p.56「ひろげよう」で、変化の割合が負の場合も同様に求められることを生徒に自ら確認させ、変化の割合を求める手順をまとめています。

ポイント 変化の割合は x の増加量が1のときの y の増加量であることをしっかり押さえておきましょう。

▼ 2年 p.53

例 1 上空の気温

気温は、地上から10kmまでは、高度が1km増すごとに6℃ずつ低くなる。地上の気温が20℃のとき、地上から x km 上空の気温を y °C とすると、

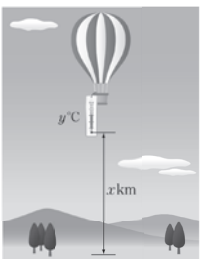
$$y = 20 - 6x$$

となり、 y は x の一次関数である。また、 x が0から10までの範囲の値をとるから、 x と y の関係は、次のように表される。

$$y = 20 - 6x \quad (0 \leq x \leq 10)$$

問 2 例1で、地上からの高さが次のときの気温を、それぞれ求めなさい。

(1) 1km (2) 4km (3) 8.8km



▼ 2年 p.55

2 一次関数の値の変化

ひろげよう どんなんことがわかるかな

一次関数 $y = 2x + 1$ で、対応する x , y の値を求めると、次の表のようになります。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	...

x の値が変化したときの y の増加量を調べて、□にあてはまる数を書き入れましょう。どんなんことがわかるでしょうか。

$y = 2x + 1$ で、 x の値が1から4まで変わるとき、
 x の増加量は、 $4 - 1 = 3$
 y の増加量は、 $9 - 3 = 6$
 となり、 y の増加量は、 x の増加量の2倍になっています。

問 1 一次関数 $y = 2x + 1$ で、 x の値が5から9まで変わるとき、 y の増加量は、 x の増加量の何倍になりますか。

x の増加量に対する y の増加量の割合を、**変化の割合** といいます。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

一次関数 $y = 2x + 1$ では、変化の割合は、つねに2です。このことは、 x の値が、1から4や、5から9に増加する場合だけでなく、ほかの場合でも同じです。

また、この値2は、 x の増加量が1のときの y の増加量です。

▼ 2年 p.56

ひろげよう どんなんことがわかるかな

一次関数 $y = -2x + 7$ について、次の表を完成して、変化の割合を調べましょう。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y

(1) x の値が1から4まで変わるとき、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。

(2) x の値が□から○まで変わるとき、□や○の数を自分で決めて、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。

(3) x の増加量が1のとき、 y の増加量を調べましょう。

これまでに調べたことから、次のことがいえます。

一次関数の変化の割合

一次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$$

12 一次関数の利用

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
12	一次関数の事象を式で表す	具体的な事象から、 x と y の関係を $y=ax+b$ の式で表すことができる	関数	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.54 一次関数「練習問題」2, p.78「基本のたしかめ」①で、具体的な事象について x と y の関係を式に表し、 y が x の一次関数であるものを選択する問題を取り上げています。

▼ 2年 p.54

- 2 次のうち、 y が x の一次関数であるものはどれですか。
- (1) 300gある小麦粉から、 x g使ったときの残り y g
 - (2) 10kmの道のりを、時速 x kmで歩いたときにかかる時間 y 時間
 - (3) 時速4kmで x 時間歩いたときの道のり y km
 - (4) 縦の長さが x cm、横の長さが4cmの長方形の周の長さ y cm
 - (5) 半径 x cmの球の表面積 y cm²

13 二元一次方程式のグラフ

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
13	二元一次方程式 $y=3$ のグラフを選ぶ	二元一次方程式のグラフの特徴を理解している	関数	知・理	選択

◎教科書との関連

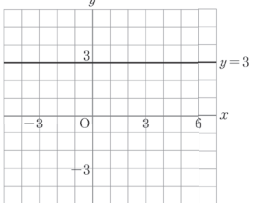
2年 p.69 一次関数「方程式とグラフ」で、 $y=3$ のグラフを取り上げて示しています。また、p.78「基本のたしかめ」⑤、p.79「章末問題」1で、グラフから $y=k$ のグラフを選択する問題を扱っています。

▼ 2年 p.69

方程式 $ax+by=c$ で、 $a=0$ の場合のグラフについて考えよう。

例えば、 $a=0$ 、 $b=1$ 、 $c=3$ とすると、方程式は、
 $y=3$
 となります。このとき、
 $\dots, (-1, 3), (0, 3), (1, 3), \dots$
 は、この方程式の解です。このように、 x がどんな値をとっても、 y の値は3になります。

したがって、 $y=3$ のグラフは、点 $(0, 3)$ を通り、 x 軸に平行な直線になります。

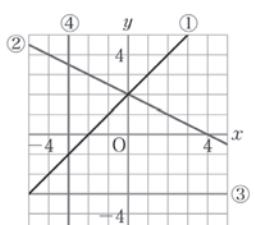


$0 \times x + 1 \times y = 3$

▼ 2年 p.78

5 下の方程式で表される直線の番号を、それぞれ、右の図から選びなさい。

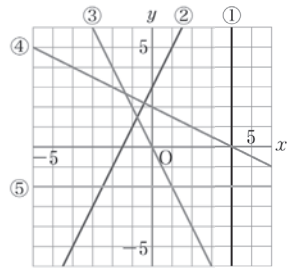
- ㊦ $x+2y=4$
- ㊩ $x-y=-2$
- ㊴ $y=-3$



▼ 2年 p.79

1 下の方程式で表される直線の番号を、それぞれ、右の図から選びなさい。

- ㊦ $2x-y+3=0$
- ㊩ $y=-2$
- ㊴ $2x+y=0$
- ㊵ $x-4=0$



◎誤答の例と指導のポイント

ウ $\dots y=3$ のグラフは y 軸に平行な直線であると捉えています。

ポイント 点 $(-3, 3)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(4, 3)$ 、 \dots 等はこのグラフ上の点であることを確認し、グラフは点 $(0, 3)$ を通り x 軸に平行な直線になることを理解させることが重要です。

14 平均値の意味・ヒストグラム

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
14	(1) 生徒 35 人がハンドボール投げを行い、記録の平均値が 21 m だったことについて、必ずいえる記述を選ぶ	平均値の意味を理解している	資料の活用	知・理	選択
	(2) 6 月の日ごとの最高気温の分布を表したヒストグラムから、ある階級の相対度数を求める	ヒストグラムから相対度数を求めることができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

- (1) 1 年 p.206 資料の活用「章末問題」1 で、求めた平均値から必ずいえることを選択する問題を扱っています。
- (2) 1 年 p.190 資料の活用「ヒストグラム」で、ヒストグラムをかいいたり、読み取ったりしています。また、p.192 「相対度数」で、相対度数の求め方を示し、p.193 問 6 で、各階級の相対度数を求め、表を完成させる問題を扱っています。さらに、p.204 「調べたことをまとめ、発表しよう」で、資料を相対度数で比べてわかったことについて述べています。

▼ 1 年 p.206

- 1 ある中学校の野球部員 19 人のハンドボール投げの記録の平均値を求めると、25m でした。この結果からかならずいえることを、次の(ア)～(ウ)から選びなさい。
- (ア) 記録が 25m だった部員が一番多い。
- (イ) 記録を大きさの順に並べたとき、大きい方から数えて 10 番目の部員の記録が 25m である。
- (ウ) 全員の記録を合計すると 475m である。

▼ 1 年 p.190

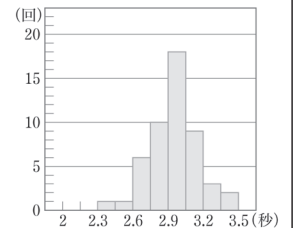
◆◆ヒストグラム◆◆

度数分布表は、グラフに表すと、さらに見やすくなります。

右の図 1 は、前ページの表 3 の度数分布表を、横軸を滞空時間、縦軸を回数としてグラフに表したものです。

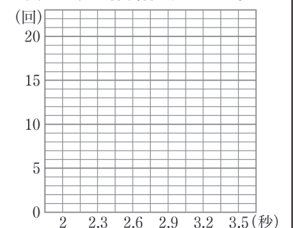
このグラフでは、階級の幅を横、度数を縦とする長方形を並べています。この長方形の面積は、各階級の度数に比例しています。

図 1 滞空時間(羽の長さ 7cm)



このようなグラフを **ヒストグラム** といいます。

図 2 滞空時間(羽の長さ 5cm)



問 3 前ページの問 1 でつくった度数分布表をもとにして、右の図 2 にヒストグラムをかきなさい。

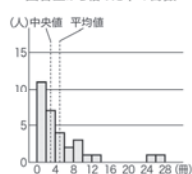
▼ 1 年 p.204

③ 資料の整理

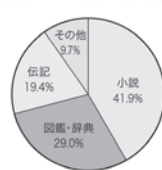
図書室の先生に調べもらったデータから求めた代表値など(冊)

平均値	中央値	最頻値	最大値	最小値
5.0	3	1	27	0

図書室から借りた本の冊数



図書室からよく借りる本の種類



④ 調べてわかったこと

1 年 2 組では、58%の生徒は借りた本の冊数が 3 冊以下であることがわかりました。最大値は 27 冊で、この人はとび抜けて多くの本を借りています。

また、1 年 2 組では、小説が好きなの人が多いことがわかりました。

私が借りた 8 冊は、中央値よりも多く、相対度数で考えると、多い方から 22% の範囲にふくまれます。この結果から、私が借りた冊数はやや多い方だとわかります。

次は、1 年生全員や 2 年生ともくらべてみたいです。

15 確率の意味と求め方

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
15	(1) 1枚の硬貨を多数回投げたときの表が出る相対度数の変化の様子について、正しい記述を選ぶ	確率の意味を理解している	資料の活用	知・理	選択
	(2) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、出る目が両方とも1になる確率を求める	簡単な場合について確率を求めることができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

- (1) 2年 p.138－139 確率「確率の意味」で、2枚の硬貨やペットボトルのキャップを投げた回数と相対度数のグラフから、確率の意味について示しています。
- (2) 2年 p.147 確率「確率の求め方」で、2つのさいころを投げたとき、ある目が出る確率についての問題を取り上げています。

▼ 2年 p.138

◆◆確率の意味◆◆

次の表は、前ページの実験をおこなったときの結果です。

回数	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
(ア)	3	6	7	13	14	18	21	26	28	29
(イ)	6	10	16	18	21	24	29	33	39	46
(ウ)	1	4	7	9	15	18	20	21	23	25

回数	150	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
(ア)	40	56	81	101	135	150	176	200	226	251
(イ)	74	94	145	198	248	302	348	395	451	497
(ウ)	36	50	74	101	117	148	176	205	223	252

上の表から、(イ)の場合が(ア)、(ウ)の場合よりも起こりやすいことがわかります。

(イ)の場合について、さらにくわしく調べましょう。

表の結果から、

$$(イ)の\text{出た相対度数} = \frac{(イ)の\text{出た回数}}{(イ)の\text{投げた回数}}$$

を求め、それをグラフに表すと、次のようになります。

みんなて話しあってみよう

上のグラフから、(イ)の出た相対度数のばらつきや変化について、どんなことがいえるでしょうか。

ふりかえり

相対度数
あることがらの
起こった回数の
全体の回数に対
する割合

▼ 2年 p.147

例題3 2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

(1) 同じ目が出る確率
(2) 違った目が出る確率

考え方 2つのさいころをA、Bで表すと、目の出かたは、右の表のように、 $6 \times 6 = 36$ (通り) あります。

この表で、同じ目が出る場合は、□ のところ です。

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

解答

2つのさいころをA、Bで区別すると、目の出かたは全部で36通り

(1) 同じ目が出る場合は6通り

だから、同じ目が出る確率は、 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(2) 違った目が出る場合は30通り

だから、違った目が出る確率は、 $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

上の例題3で、

$$(\text{違った目が出る場合の数}) = (\text{起こるすべての場合の数}) - (\text{同じ目が出る場合の数})$$

だから、違った目が出る確率は、次の式で求めることもできます。

$$(\text{違った目が出る確率}) = 1 - (\text{同じ目が出る確率})$$

一般に、ことがらAの起こる確率を p とすると、次のことがいえます。

Aの起こらない確率 $= 1 - p$

問8 2つのさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めなさい。

(1) 出る目の数の和が9になる確率
(2) 出る目の数の和が9にならない確率

◎誤答の例と指導のポイント

- (1) エ… 偶然に左右される事象の起こりやすさの程度を表す数値は一定の値には近づかないと捉えています。

ポイント ある試行を多数回繰り返したときに、ある事象が起こる回数の全体に対する割合が近づいていく値として、確率の意味を理解できるように指導することが大切です。そのために、観察や実験などの活動を取り入れることが大切です。

問題B 主として「活用」に関する問題

1 事象の数学的な解釈と判断（ウォーキング）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(1) 15歳の優子さんの安静時心拍数が80のときの目標心拍数を求める	与えられた情報を言葉で表された式に基づいて処理することができる	関数	技能	短答
	(2) 45歳の優子さんのお父さんとお母さんの安静時心拍数の差が10のときの、二人の目標心拍数の差を求める	言葉で表された式の数学的な意味を考え、事象を式の意味に即して解釈することができる	関数	考え方	短答
	(3) 安静時心拍数が年齢によらず一定であるとするときの目標心拍数の変わり方を選び、その理由を説明する	事象を式の意味に即して解釈し、その結果を数学的な表現を用いて説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)–(3) 2年 p.73–77 一次関数「一次関数の利用」で、身の回りの事象を一次関数を利用して解決する問題を扱っています。

2年 p.180–181 数学広場「二酸化炭素の排出量」で、お湯をわかすのに、電気ポットとガスコンロを使う場合の二酸化炭素の排出量を、一次関数を利用して考察できるような場면을提示しています。

ポイント 日常的な事象について、ことばで表された式の意味を事象に即して理解し、与えられた情報を的確に処理することができるように指導することが必要です。

▼ 2年 p.75

例題 1 ある電話会社には、次のような料金プランがあります。

	月額基本使用料	1分ごとの通話料
Aプラン	3500円	30円
Bプラン	2000円	40円

1か月の使用料 = 月額基本使用料 + 1分ごとの通話料 × 通話時間(分)

1か月に何分通話すると、Aプランの方がBプランより使用料が安くなりますか。

考え方 1か月に x 分通話するときの使用料を y 円として、AプランとBプランのそれぞれについて、 x と y の関係を式で表し、そのグラフをかいてみます。

解答

1か月に x 分通話するときの使用料を y 円とすると、 x と y の関係は、次のように表される。

Aプラン $y = 30x + 3500$ ($x \geq 0$) ……①

Bプラン $y = 40x + 2000$ ($x \geq 0$) ……②

①、②を、それぞれグラフに表すと、次のようになる。

このグラフから、150分より多く通話すると、Aプランの方がBプランより使用料が安くなる。

問 2 例題 1 の料金プランに、次の C プランが加わったとします。

	月額基本使用料	1分ごとの通話料
Cプラン	9500円	0円

1か月に何分通話すると、Cプランがもっとも安くなりますか。

2 発展的に考え、予想すること（位を入れかえた数）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	(1) 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差が9の倍数になる説明を完成する	事柄が成り立つ理由を、示された方針に基づいて説明することができる	数と式	考え方	記述
	(2) 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数との和について予想した事柄を表現する	発展的に考え、予想した事柄を説明することができる	数と式	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.23–25 式の計算「文字式の利用」で、文字を使って整数の性質を明らかにする内容を取り上げています。

ポイント 条件を変えるとどのようなことがいえるかを発展的に考える姿勢を身につけるよう指導していくことが重要です。

▼ 2年 p.24

例題 1 2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は、11の倍数になります。そのわけを説明しなさい。

考え方 11の倍数とは、 $11 \times$ 整数 で表される数です。

解答

もとの数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、この数は、 $10a + b$ と表される。
また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、 $10b + a$ となる。
このとき、この2数の和は、

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b$$

$$= 11(a + b)$$
 $a + b$ は整数だから、 $11(a + b)$ は11の倍数である。

問 1 例題1で考えた2数の和を11でわった商は、どんな数になりますか。

自分の考えをまとめよう

上の例題1で、和を差にかえると、次のようになります。

2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との差は、……

このときには、どんなことがいえるでしょうか。
また、そのわけを、文字式を使って説明しましょう。

**条件がえをする
和の部分を変えて
考える**
見方・考え方

<予想>
 いろいろな2けたの正の整数で考えてみると、
 その差はいつも□の倍数になりそうです。

<説明>
 もとの数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、
 この数は、……

$64 - 46 = 18$
 $81 - 18 = 63$
 $21 - 12 = 9$

3 日常的な事象の数学化と他事業との関係（水温の変化と気温の変化）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	(1) 水を熱し始めてから10分間で上がった温度を求める	与えられた表から情報を適切に選択し、処理することができる	関数	知・理	短答
	(2) 与えられた表やグラフを用いて、水温が80℃になるまでにかかる時間を求める方法を説明する	事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができる	関数	考え方	記述
	(3) 水を熱した時間と水温と同じように考えて求められる事象を選ぶ	事象を理想化・単純化して、事柄を数学的に捉え、他の事象との関係を考えることができる	関数	考え方	選択

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.73-74 一次関数「一次関数の利用」で、水を熱する実験で得られた数値の関係を一次関数とみなして考えることを取り上げています。

また、2年 p.174-175 数学広場「マグロ漁業」で、資料から必要な情報を適切に選択し、問題を解決する課題を取り上げています。


ポイント 与えられた事象の中から関数関係を見い出すために、与えられた表やグラフから必要な情報を適切に選択し、処理できるように指導することが大切です。

▼ 2年 p.73

3 節 一次関数の利用

どんな関係があるかな？

水を熱する実験をして、熱した時間と水温の関係を調べます。



熱した時間を x 分、そのときの水温を y ℃ とするとき、 x と y の関係は、次の表のようになります。

x	0	1	2	3	4	5
y	20.0	25.8	32.8	39.2	46.0	52.2

この表で、対応する x と y の値の組を座標とする点を、右の図にかき入れましょう。



10分後には何℃になっているのかな？

みんなで話しあってみよう

上でかいた図から、どんなことがわかるでしょうか。

一次関数を利用して、身のまわりの問題を考えましょう。

▼ 2年 p.74

1 一次関数の利用

一次関数を利用して、身のまわりの問題を解決しましょう。

実験で得られた数値の関係を、一次関数とみることができる場合があります。

前ページの実験では、対応する点は、ほぼ一直線上に並んでいるので、 y は x の一次関数とみることができます。

そこで、これらの点のなるべく近くを通る直線 ℓ をひくと、右の図のようになります。

この直線 ℓ は、2点 $(0, 20)$ 、 $(4, 46)$ を通ると考えて、その式を求めると、
 $y = 6.5x + 20 \quad (0 \leq x \leq 5)$
 となります。

前ページの実験で、熱した時間が5分をこえる範囲でも、水温が同じように変化を続けたとすると、上の式を使って、例えば、6分後の水温は、
 $y = 6.5 \times 6 + 20 = 59$ (℃)
 と推測することができます。

問 1 前ページの実験で、10分後の水温は何℃になると考えられますか。また、水温が72℃になるのは、熱しはじめてから何分後だと考えられますか。

自分のことばで伝えよう

上の式 $y = 6.5x + 20$ の6.5、20は、それぞれどんなことを表しているでしょうか。

◎誤答の例と指導のポイント

(1) 60℃ … 10分間で上がった温度を10分後の温度と誤って捉えたと考えられます。

ポイント 問題を的確に捉え、答えるよう指導しましょう。

4 証明の方針（平行四辺形の対角線）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(1) 2つの辺の長さが等しいことを、三角形の合同を利用して証明する	方針に基づいて証明することができる	図形	考え方	記述
	(2) 2つの辺の長さが等しいことを証明する際に、根拠として用いる平行四辺形になるための条件を選ぶ	証明の方針を立てることができる	図形	考え方	選択

◎教科書との関連

(1) 2年 p.102–103 図形の調べ方「合同条件を使った証明の進め方」で、仮定から結論を導くための証明の方針を示しています。また、p.104「自分の考えをまとめよう」では、考え方を例示し、その説明をまとめる場面を設けています。さらに、p.126「ひろげよう」、p.133「章末問題」3で、どのような四角形になるか予想する問題を取り上げています。

▼ 2年 p.102

ひろげよう どうすればいいかな

右の図で、 $\ell \parallel m$ として、 ℓ 上の点Aと m 上の点Bを結ぶ線分ABの中点をOとします。点Oを通る直線nが、 ℓ 、 m と交わる点を、それぞれ、P、Qとすると、
 $AP = BQ$
 となることを示すには、どうすればよいでしょうか。

上の図では、仮定と結論は、次のようになっています。

仮定 $\ell \parallel m$, $AO = BO$ **結論** $AP = BQ$

そこで、仮定から結論を導くために、次のように考えてみましょう。

(1) $AP = BQ$ を導くために、AP, BQを、それぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ に着目する。

(2) $\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ について、長さが等しいといえる辺や、大きさが等しいといえる角を見つけ、図に印をつける。

(3) $\triangle OAP \cong \triangle OBQ$ を示すには、三角形の合同条件のどれを使えばよいかを決める。

▼ 2年 p.104

自分の考えをまとめよう

この章では、多角形の角の大きさの調べ方やすじ道を立てて説明することなどを学んできました。これまでに学んできたことを使えば、右の図のような星形の先端にできる5つの角の和が何度になるかを、いろいろな方法で説明することができます。

下のけいたさん、かりんさんの考え方も参考に、自分の考えをまとめましょう。

けいた 1つの三角形に5つの角を集めることができるよ。

かりん $a+c+d$ に等しい角を見つけたよ。

ほかの求め方はないかな

5 情報の適切な表現と判断（黄金比）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	(1) 横の長さが与えられた長方形が含まれる階級を書く	資料から必要な情報を適切に読み取ることができる	資料の活用	知・理	短答
	(2) まとめ直したヒストグラムの特徴を基に、学級の生徒が美しいと思う長方形について新たにわかることを説明する	資料の傾向を的確に捉え、事柄の特徴を数学的に説明することができる	資料の活用	考え方	記述
	(3) 図2のヒストグラムで最も度数の大きい階級に含まれることになるものを選ぶ	事象を数学的に解釈することができる	資料の活用	考え方	選択

◎教科書との関連

(1)(2) 1年 p.198 資料の活用「資料の分布と代表値」, p.206「章末問題」**2**で、ヒストグラムから、平均値・中央値・最頻値を読み取ったり、条件に合ったヒストグラムを選択する問題を扱っています。

(3) 3年 p.230-231 数学広場「黄金比」で、黄金比について示しています。

ポイント 目的に応じて資料の整理の仕方を変えたり、資料からの傾向を読み取って、わかった事柄を数学的に説明できるようにすることが大切です。

▼ 1年 p.198

*****資料の分布と代表値*****

資料の分布のようすと平均値、中央値、最頻値との関係を見てください。

194ページのA選手の得点分布をヒストグラムに表すと、右の図1のように、ほぼ左右対称な山型になっています。このようなときには、平均値、中央値、最頻値はすべて近い値になります。

また、194ページのB選手の得点分布をヒストグラムに表すと、右の図2のようになります。平均値は、A選手の平均値とほぼ同じですが、ヒストグラムは左にかたよっていて、中央値と最頻値は、平均値よりも小さな値になっています。

このような違いにも注意して、代表値は目的にあったものを選ぶことがたいせつになります。

問6 右の図3のヒストグラムで、①～③は、平均値、中央値、最頻値のどれかを表しています。それぞれ、どれになるか答えなさい。

▼ 1年 p.206

2 次の(1)～(5)のそれぞれにあてはまるものを、A～Dのヒストグラムからすべて選びなさい。

(1) 範囲がもっとも大きいものはどれですか。
(2) 平均値と中央値と最頻値がほとんど同じになるものはどれですか。
(3) 平均値がもっとも小さいものはどれですか。
(4) 中央値が平均値よりも大きくなるものはどれですか。
(5) 最頻値が中央値よりも小さくなるものはどれですか。

▼ 3年 p.230-231

黄金比

右の写真は、図書館カードです。ここでは、このカードを右のような長方形と考えて、この長方形について調べましょう。

① 右の長方形の縦の長さ、横の長さを測りましょう。

上で調べた長方形の縦の長さを2つ用意し、それぞれ④、⑤とします。この2つの長方形を使って、次のようにして調べましょう。

(1) 長方形④から、正方形を切り取り、切り取った残りの長方形を⑥とする。

(2) ⑥を重ねる。

② 2つの長方形④と⑥の対角線は重なるでしょうか。

2つの長方形の対角線が重なることから、長方形④と⑥は相似であることがわかります。相似な図形の性質を使って、この長方形の縦と横の比を求めましょう。

右の図のように、長方形ABCDで、ABの長さを1、ADの長さをxとすると、

$$1:(x-1)=x:1 \quad \cdots \text{①}$$

となります。

③ ①の比例式を解きましょう。

前ページの①の式から、 $x^2-x-1=0$

この方程式を解くと、 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

ADの長さは正の数だから、 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となります。

このことから、長方形ABCDの縦と横の長さは、 $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となります。この比を黄金比といいます。

黄金比 $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は、 $\sqrt{5}=2.236$ とすると、 $1:1.618$ となり、ほぼ5:8となっています。

黄金比を見つけよう

黄金比は古くから、絵画、彫刻、工芸、建築の中によく見られます。

どこが黄金比になっているかな

下の図から、黄金比を見つけましょう。

身のまわりから、黄金比に近いものをさがしましょう。

◎誤答の例と指導のポイント

(3) イ … 短い辺の長さに対する長い辺の長さの割合を求められなかった生徒や(1)で与えられている長方形を見て、その見た目だけで選択した生徒がいると考えられます。

ポイント 例えば、コピー用紙や窓、テレビの画面等の身の回りにある長方形の、短い辺の長さに対する長い辺の長さの割合を求め、多くの生徒が美しいと感じる長方形になっているものを探す活動を取り入れるとよいでしょう。

6 事象を多面的に見ること（基石の総数）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
(1)	1 辺に 5 個ずつ基石を並べて正三角形の形をつくったときの、基石全部の個数を求める	問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる	数と式	技能	短答
6 (2)	基石全部の個数を求める式 $3(n-1)$ に対応する囲み方を選ぶ	数学的な結果を事象に即して解釈することができる	数と式	考え方	選択
(3)	基石全部の個数を、 $3(n-2)+3$ という式で求めることができる理由を説明する	事象と式の対応を的確に捉え、事柄が成り立つ理由を説明することができる	数と式	考え方	記述

◎教科書との関連

- (1)(2) 1 年 p.48–50 文字の式「文字を使った式」で、マグネットの個数を文字を使った式に表すことを取り上げています。また、p.59「文字式の計算」では、表された文字式から、その考え方を読み取ることを取り上げています。
- (3) 1 年 p.70 文字の式「自分の考えをまとめよう」では、事象に即して説明する例を扱っています。

▼ 1 年 p.50

問 1 画用紙が、4 枚、5 枚、6 枚のときのマグネットの個数を表す式はどうなりますか。右の表に書き入れなさい。

画用紙の枚数	マグネットの個数
1	$2 \times 1 + 2$
2	$2 \times 2 + 2$
3	$2 \times 3 + 2$
4	
5	
6	
⋮	⋮


上のことから、マグネットの個数は、（画用紙の枚数）ということばを使って、
 $2 \times (\text{画用紙の枚数}) + 2$ （個）
 という式で表すことができます。

ここで、画用紙の枚数が a 枚のときのマグネットの個数は、
 上の式の（画用紙の枚数）の部分に a にかえて、
 $2 \times a + 2$ （個）
 と表すことができます。

▼ 1 年 p.59


x 枚の正方形の画用紙を、下の図のように、その一部が重なるようにしてマグネットでとめます。
 必要なマグネットの個数を考えましょう。

(1) かりんさんは、マグネットの個数を次のように考えました。



このとき、マグネットの個数は、どんな式で表されるでしょうか。

(2) けいたさんは、マグネットの個数を
 $x + (x+1) + x$
 という式で表しました。どのように考えたのでしょうか。



▼ 1 年 p.70


自分の考えをまとめよう

この章の学習を終えて、

- ・わかったことや気づいたこと
- ・友だちの考えと自分の考えで違っていたこと
- ・疑問に思ったことや解決したこと

などをまとめておきましょう。

59 ページのマグネットの問題で、けいたさんは、
 $x + (x+1) + x$
 という式で表していました。私は、次のように考えて、



$2 + 3(x-1) + 2$
 という式で表しました。

どうして同じマグネットの数を表しているのに、式が違うのかなと思っていたけれど、どちらの式も計算すると、
 になっていることがわかりました。

どんな考え方をして、計算すると同じ式になるなんて、
 文字式の計算はすごいなと思いました。

JUNIOR HIGH SCHOOL MATHEMATICS



本社	〒543-0052	大阪市天王寺区大道4丁目3-25	TEL.06-6779-1531
札幌支社	〒003-0005	札幌市白石区東札幌5条2丁目6-1	TEL.011-842-8595
東京支社	〒113-0023	東京都文京区向丘2丁目3-10	TEL.03-3814-2151
東海支社	〒461-0004	名古屋市東区葵1丁目4-34双栄ビル2F	TEL.052-935-2585
広島支社	〒732-0052	広島市東区光町1-7-11広島CDビル5F	TEL.082-261-7246
九州支社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1-5-6ハイヒルズビル5F	TEL.092-725-6677

<http://www.shinko-keirin.co.jp/>

平成25年10月 教授用資料