問題３　の各賞の講評

≪金賞≫
　大阪府立大手前高等学校　深川久先生
≪銀賞≫
　京都市立伏見工業高等学校　三浦幸一郎先生
　岡山白陵中学・高等学校　寶木道郎先生
≪銅賞≫
　東京都立井草高等学校　黒澤正信先生
　大阪府立金岡高等学校　澳泰生先生
　千葉県立浦安南高等学校　滝沢洋先生

≪金賞≫
　空間における回転の合成は回転であるということを見通した別解を金賞とさせていただきました。すなわち，空間において x 軸の周りの $60°$ 回転 f と y 軸の周りの $60°$ 回転 g の合成変換 $g \circ f$ はある直線 l を軸とする回転になります。そこで，直線 l を求め，原点を中心とする半径 1 の球面と原点を通り直線 l に垂直な平面との交円（大円）上に点 P をとればよいというものです。この方針で解かれたのは深川久先生と寶木道郎先生で，いずれも甲乙をつけがたい立派な解答でしたが，論証のより厳密な深川先生が金賞となりました。

≪銀賞≫
　点 P の座標を（$\cos\theta\cos\phi$，$\cos\theta\sin\phi$，$\sin\theta$）とおき，点 Q，点 R を求め，PR の最大を三角関数の計算で求める方針で，三浦幸一郎先生が解かれました。いわゆるオイラーの角あるいは地球の緯度経度と同じ発想ですが，これを用いて計算すると，平方完成や三角関数の合成などの式の変形がとても見通しよく自然に見えるのが不思議です。三角関数の計算上のメリットが感じられる別解となっていました。
　金賞と同じ内容の空間における回転の合成を用いて解かれた寶木道郎先生も銀賞となりました。金賞の講評をご参照ください。

≪銅賞≫
　図形的にユニークな発想で，黒澤正信先生は解かれました。点 P，Q，R と平面 $y = x$ に関して対称な点を C，B，A として，これらの間の関係を図形的に考察するというものでした。計算量はいくらかあるのですが，突然，等脚台形が出てきたりして，新鮮な感覚の解答でした。
　澳泰生先生は計算の工夫をされています。点 Q の座標を（x，y，z）とおき，点 Q を x 軸の周りに $-60°$ 回転することにより点 P を，点 Q を y 軸の周りに $60°$ 回転することにより点 R を求め，PR を計算するという方針で解答されていました。点 P の座標を（x，y，z）とおくときと比べ，式の変形が実に素直なものとなっていました。特別なテクニックを使うことなく，計算がシンプルになるというすぐれた視点だと思いました。
　滝沢洋先生は，深い図形的考察から「答えの幾何学的解釈」を付け加えてくださいました。回転のイメージを図示され，「西瓜の切り身を考えるとわかりやすい」との注釈がありました。実際そうですね，西瓜を考えるといい！と思います。

（学校法人河合塾専任講師・大竹　真一）